"matris"im sıfır diyenlere

"determinant"a sıfırdan başlamak isteyenlere

MATRİS DETERMİNANT sıfır

Muharrem DUŞ



KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırma soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

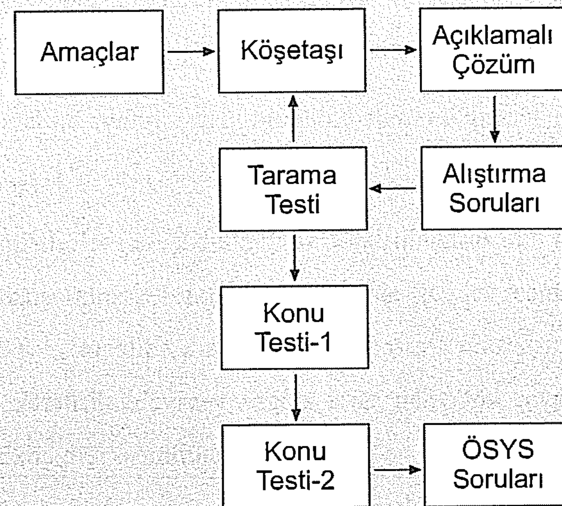
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALIŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5. bölümün 17. köşetaşı

5.17

köşetaşı — ***bölümün (konunun) adı***

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!
"–ÇÖZMEK İSTEDİM,
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!"
deyip test çözmeyi bırakmak yok!!

karekök

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından
YUKARI BAK veee
SORUYU ÇÖZ!!

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 1

Matrisler

KÖŞETAŞI	KAZANIMLAR
1.	Matrisi tanımlar.
2.	Elemanlarının kuralı verilen matrisi oluşturur.
3.	Matris çeşitlerini tanır.
4.	Kare matrisin asal köşegenini tanır.
5.	Kare matrisin çeşitlerini tanır.
6.	Matrislerin eşitliğini kavrar.
7.	Bir matrisi bir gerçel sayıyla çarpar.
8.	Matrislerde toplama ve çıkarma yapar.
9.	Matrislerde toplama işleminin özelliklerini kavrar.
10.	Matrislerde çarpma yapar.
11.	Gerçek sayıyı matrise dönüştürür.
12.	Matrisin kuvvetlerini bulur.
13.	Matrisin kuvvetinin örüntüsünü belirler.
14.	Bir matrisin çarpmaya göre tersini bulur.
15.	Bir matrisin devriğini (transpozunu) bulur.

köşetaşı

$A = [a_{ij}]_{mxn} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 9 & 11 & 13 \end{bmatrix}$ **olduğuna göre, $a_{23} + a_{31} + m - n$ işleminin sonucu kaçtır?**

açıklamalı çözüm

Matris Nedir?

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow 1.\text{ satır} \\ \leftarrow 2.\text{ satır} \\ \\ \leftarrow m.\text{ satır} \end{matrix}$$

↑ 1. sütun ↑ 2. sütun ↑ n. sütun

m tane satırı, n tane sütunu olan matris yandaki gibi bir tablodur. $a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{mn}$ şeklindeki ifadeler birer reel sayıdır.

Matrisler genellikle büyük harfle isimlendirilir. m tane satırı, n tane sütunu olan matrise m x n türünden matris denir ve $A = [a_{ij}]_{mxn}$ ile gösterilir. Tabloda yer alan reel sayılardan herbirine matrisin elemanı denir.

i. satır, j. sütunda bulunan bir eleman a_{ij} ile gösterilir.

Buna göre, 2. satırın 3. sütununda bulunan bir eleman a_{23} ile belirtilir.

Köşetaşının Çözümü:

$A = [a_{ij}]_{mxn}$ ifadesinde m, satır sayısını; n, sütun sayısını gösterir. Köşetaşındaki matrisin 3 satırı, 4 sütunu olduğundan m = 3 ve n = 4 tür. a_{23} ifadesi 2. satırın 3. sütunundaki sayıyı belirttiğinden $a_{23} = 5$ tir. a_{31} ifadesi de 3. satırın 1. sütunundaki sayıyı belirttiğinden $a_{31} = 7$ dir.

Buna göre, $a_{23} + a_{31} + m - n = 5 + 7 + 3 - 4 = 11$

	Mart	Nisan	Mayıs
İstanbul	18	20	21
İzmir	19	21	23
Antalya	20	22	25

Yukarıdaki $A = [a_{ij}]_{mxn}$ matrisi İstanbul, İzmir ve Antalya'nın üç aylık ortalama sıcaklıklarını derece türünden göstermektedir.

1. - 4. soruları yukarıdaki bilgiye göre yanıtlayınız.

1. I. Nisan ayında Antalya'nın ortalama sıcaklığı 22°C dir.

II. a_{23}, İzmir'in mayıs ayındaki sıcaklığını verir.

III. Mart ayında sıcaklık ortalaması en yüksek olan şehir Antalya'dır.

önermelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

2. Verilen m x n türünden bir matris olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 11 D) 18 E) 28

3. $a_{13} + a_{11}$ toplamı kaçtır?

A) 38 B) 39 C) 40 D) 41 E) 42

4. i > j koşulunu sağlayan a_{ij} elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 61 B) 65 C) 67 D) 69 E) 73

karekök

E B B A

köşetaşı

$A = [a_{ij}]_{2x3}$, $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i > j \text{ ise} \\ 1, & i = j \text{ ise} \\ i-j, & i < j \text{ ise} \end{cases}$ **matrisini oluşturunuz.**

açıklamalı çözüm

Elemanlarının Kuralı Verilen Matrisi Yazma

a_{ij} ifadesinde i satır numarası, j sütun numarasıdır.
Örneğin; a_{23}, ikinci satırın üçüncü sütunundaki elemandır.

$[a_{ij}]_{2x3}$ ifadesinde 2 x 3 matrisin satır sayısı ile sütun sayısını verir. Buna göre, oluşturulacak matrisin 2 satırı, 3 sütunu vardır. i'nin alabileceği değerler 1 ve 2 iken j'nin alabileceği değerler 1, 2 ve 3 tür.

$a_{11} = 1$, çünkü i = j

$a_{12} = 1 - 2 = -1$, çünkü i < j

$a_{13} = 1 - 3 = -2$, çünkü i < j

$a_{21} = 2 + 1 = 3$, çünkü i > j

$a_{22} = 1$, çünkü i = j

$a_{23} = 2 - 3 = -1$, çünkü i < j

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. $A = [a_{ij}]_{1x2}$, $a_{ij} = 2i + j$

şeklinde tanımlanan A matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[1 \ \ 2]$ B) $[2 \ \ 1]$ C) $[3 \ \ 4]$ D) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

2. $A = [a_{ij}]_{4x3}$, $a_{ij} = i - j$

matrisinin en büyük elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $A = [a_{ij}]_{4x4}$, $a_{ij} = 3i - 4j$

matrisinin en küçük elemanı kaçtır?

A) –16 B) –13 C) –10 D) 0 E) 4

4. $A = [a_{ij}]_{5x5}$, $a_{ij} = \begin{cases} 2i+j, & i+j \text{ tek ise} \\ i-j, & i+j \text{ çift ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $a_{51} + a_{34}$ toplamına matrisin en büyük elemanı eklenirse sonuç kaç olur?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

karekök

C E B A

köşetaşı

$$A=[1\ \ -2\ \ 3]\ ,\ B=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}\ ,\ C=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\1 & 4 & 6\\0 & -2 & 4\end{bmatrix}\ ,\ D=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen matrislerin hangi tür matris olduğunu belirtiniz.

açıklamalı çözüm

Matris Çeşitleri

1. **Satır Matris:** Sadece bir satırı olan matristir.
2. **Sütun Matris:** Sadece bir sütunu olan matristir.
3. **Kare Matris:** Satır sayısı sütun sayısına eşit olan matristir.
4. **Sıfır Matrisi:** Tüm elemanları sıfır olan matristir.

Yukarıdaki açıklamalara göre, köşetaşındaki matrislerden

A, satır matris;

B, sütun matris;

C, kare matris ve

D sıfır matrisidir.

1. $A=[a_{ij}]_{mxn}$, $B=[b_{ij}]_{pxr}$ matrisleri veriliyor.

A satır matris, B sütun matris olduğuna göre, m + r kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. A = [1 2] ve B = [0] matrisleri veriliyor.

I. A satır matrisidir.

II. B satır matrisidir.

III. B hem kare matristir hem de sıfır matrisidir.

önermelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

3. A sütun matrisi olup eleman sayısı 7 dir.

Buna göre, A nın satır sayısı kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 14

4. $$A=\begin{bmatrix}a-2\\a+b\end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen A matrisi bir sıfır matrisi olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

karekök

B | E | C | E

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & b\\3 & -3 & 4\\1 & 2 & a\end{bmatrix}$$ matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı 7, üçüncü sütundaki elemanlarının toplamı ise 10 dur.

Buna göre, a – b farkı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kare Matrisin Asal Köşegeni

Bir kare matriste satır numarası ile sütun numarası eşit olan elemanlar asal köşegeni oluşturur. Ana köşegen veya diagonal olarak da isimlendirilir.

Köşetaşındaki A matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanları 2, –3 ve a dır.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & b\\3 & -3 & 4\\1 & 2 & a\end{bmatrix}$$

Asal Köşegen

A matrisinin üçüncü sütunundaki elemanları ise b, 4 ve a dır.

$2-3+a=7 \Rightarrow a=8$

$b+4+a=10 \Rightarrow b+4+8=10 \Rightarrow b=-2$

İstenen $a-b=8-(-2)=10$ bulunur.

1. $$A=\begin{bmatrix}a & b\\2b & a-1\end{bmatrix}$$

matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı 11 dir.

İkinci satırındaki elemanların toplamı 9 olduğuna göre, a_{21} kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $$A=\begin{bmatrix}a+b & b+3\\a-b & a-2\end{bmatrix}$$

matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı 5, ikinci sütunundaki elemanlarının toplamı 6 olduğuna göre, a_{21} kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. Aşağıdakilerden hangisi $A=[a_{ij}]_{6x6}$ matrisinin asal köşegeni üzerindedir?

A) a_{12} B) a_{32} C) a_{44} D) a_{56} E) a_{64}

4. $$A=\begin{bmatrix}a & 3 & 8\\9 & b & 1\\2 & 7 & c\end{bmatrix}$$

matrisinin her satırındaki elemanların toplamı birbirine eşittir. Asal köşegenindeki elemanlarının toplamı da bir satırındaki elemanlarının toplamına eşittir.

Buna göre, b kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök

D | B | C | B

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2 & \circ & \circ\\ 1 & 7 & b\\ 4 & \circ & a\end{bmatrix}$

Yandaki A matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı 16 dır.

A alt üçgen matrisi olduğuna göre, a + b kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kare Matrisin Çeşitleri

1. Köşegen Matris: Asal köşegen üzerinde bulunmayan elemanlarının tümü sıfır olan matristir.

a. Skaler Matris: Asal köşegenleri üzerindeki elemanları birbirine eşit olan köşegen matristir.

b. Birim Matris: Asal köşegenleri üzerindeki elemanları 1'e eşit olan köşegen matristir. I ile gösterilir.

$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 7 & 0\\ 0 & 0 & 6\end{bmatrix}$ köşegen matris

$B=\begin{bmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 7 & 0\\ 0 & 0 & 7\end{bmatrix}$ skaler matris

$I=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ birim matris

2. Üçgen Matris: Asal köşegeninin üstünde ya da altında kalan her elemanı sıfır olan kare matristir. Sıfır olan elemanları elimizle kapattığımızda üçgen altta kalıyorsa **alt üçgen matris**, üstte kalıyorsa **üst üçgen matris** denir.

$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 4 & 0\\ 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$ alt üçgen matris

$B=\begin{bmatrix}2 & 7 & 6\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}$ üst üçgen matris

Köşetaşının Çözümü: Asal köşegen üzerindeki elemanlar 2, 7 ve a dır.

$2 + 7 + a = 16 \Rightarrow a = 7$

A matrisi alt köşegen matrisi olduğundan köşegenin üst tarafında kalan elemanlarının hepsi sıfırdır.

$b = 0$ olduğundan $a + b = 7 + 0 = 7$

1. $A=\begin{bmatrix}4 & c & \circ\\ \circ & a & \circ\\ \circ & \circ & 2^b\end{bmatrix}$

matrisi skaler matris olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $A=\begin{bmatrix}a-4 & b\\ \circ & 2-a\end{bmatrix}$

matrisi skaler matris olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $A=\begin{bmatrix}3^a & 4-d\\ b & c-4\end{bmatrix}$

matrisi birim matris olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $A=\begin{bmatrix}4 & a & 1-x\\ 3 & 2 & b-4\\ y & 5 & 6\end{bmatrix}$

matrisi elemanları rakam olan alt üçgen matrisidir.

Buna göre, a + b + x + y toplamı en çok kaç olabilir?

A) 9 B) 11 C) 14 D) 16 E) 18

karekök

C B E C

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\ -3 & x & 4\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}2 & z & 0\\ y & 5 & 4\end{bmatrix}$

matrisleri eşit olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Matrislerin Eşitliği

İki matrisin eşit olabilmesi için karşılıklı (aynı adresli) elemanları birbirine eşit olmalıdır. Doğal olarak karşılıklı elemanlarının var olması için de aynı türden matrisler olmalıdır.

Köşetaşında A = B olduğundan

$\left.\begin{array}{l}x=5\\ y=-3\\ z=-1\end{array}\right\}\ x+y+z=5-3-1=1$

1. $A=[a_{ij}]_{3xn}$, $B=[b_{ij}]_{mx4}$

matrisleri eşit olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 12 D) 14 E) 15

2. $A = [2x \quad y+1]$ ve $B = [6 \quad 1-y]$

matrisleri eşit olduğuna göre, y – x farkı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

3. $\begin{bmatrix}1 & x+y\\ x-y & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & 7\\ 1 & b\end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + x·y işleminin sonucu kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. $\begin{bmatrix}2^x & \sqrt{y}\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & 2\\ z & 0\end{bmatrix}$

olduğuna göre, x·y·z çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

karekök

B A C D

köşetaşı

	Eylül	Ekim
Ali	160	240
Veli	120	200

$$\begin{bmatrix} 160 & 240 \\ 120 & 200 \end{bmatrix} = A$$

Bir mağazada satış elemanı olan Ali ile Veli'nin Eylül ve Ekim aylarında yaptıkları satış miktarları bin TL cinsinden yukarıdaki matrisle verilmiştir.

Ali ve Veli yaptıkları satışlarda %5 prim aldıklarına göre, primlerini gösteren matrisi oluşturunuz.

açıklamalı çözüm

Bir Matrisi Bir Gerçek Sayı ile Çarpma

Ali ile Veli'nin satış miktarlarını bin TL cinsinden değil de TL cinsinden gösteren tablo her matris elemanının bin ile çarpılmasıyla elde edilir.

$$1000 \cdot A = \begin{bmatrix} 160000 & 240000 \\ 120000 & 200000 \end{bmatrix}$$

Ali ile Veli'nin primlerini gösteren matris, 1000·A matrisinin %5 ile çarpılmasıyla elde edilir.

$$\frac{5}{100} \cdot 1000 \cdot A = \begin{bmatrix} 8000 & 12000 \\ 6000 & 10000 \end{bmatrix}$$

Kısaca; bir A matrisinin k gerçel sayısı ile çarpımı demek, A matrisinin her elemanının k ile çarpılması demektir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow k \cdot A = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

matrisi veriliyor.

Aşağıdaki soruları verilen matrise göre yanıtlayınız.

1. **3A matrisinin 2. satır, 1. sütunundaki elemanı kaçtır?**

A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

2. **5A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

3. **$B = [b_{ij}]_{mxn}$ matrisi 2A matrisine eşit olduğuna göre, $b_{12} + b_{23}$ toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. **$C = [c_{ij}]_{mxn}$ matrisi $\frac{1}{3}$ A matrisine eşit olduğuna göre, $c_{13} + m + n$ toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

karekök

D E A A

köşetaşı

$$\begin{bmatrix} x & 2^y \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ z & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & t \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Matrislerde Toplama ve Çıkarma

Aynı türden matrisler toplanabilir ve çıkarılabilir. Toplama yaparken karşılıklı elemanlar toplanır, çıkarma yaparken de karşılıklı elemanlar çıkarılır.

Örnekler: $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 5 & -5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 9 \\ 7 & -1 & 6 \end{bmatrix}$

$$[1 \ \ -5 \ \ 6] - [2 \ \ 3 \ \ 1] = [-1 \ \ -8 \ \ 5]$$

Köşetaşının Çözümü:

$$\begin{bmatrix} x & 2^y \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ z & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & t \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x+1 & 2^y-2 \\ 1+z & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & t \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+1=3 \Rightarrow x=2 \\ 2^y-2=6 \Rightarrow 2^y=8 \Rightarrow y=3 \\ 1+z=3 \Rightarrow z=2 \\ 6=t \end{array}\right\} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki soruları yukarıda verilen matrislere göre yanıtlayınız.

1. **A + B matrisinin asal köşegenindeki elemanların toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2. **A – 2B matrisinin üçüncü satırındaki elemanların toplamı kaçtır?**

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

3. **3A + 2B matrisinin 2. satır 3. sütununda bulunan eleman kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. A + B + C = 0

olduğuna göre, C matrisinin 3. satır 2. sütununda bulunan eleman kaçtır?

A) –13 B) –11 C) –9 D) –7 E) –5

karekök

D B D C

köşetaşı

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Toplamanın Özellikleri ve Denklem Çözme

Toplama işleminin gerçel sayılardaki özellikleri (değişme, birleşme, birim eleman, ...) matrislerde de bulunur. Toplama işleminde birim eleman sıfır matrisidir.
Köşetaşında verilen denklemler gerçel sayılardaki gibi yok etme metoduyla çözülebilir.

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(A+B) = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

$$+ \quad \overline{}$$

$$5A = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

1. $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$A - B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin asal köşegenindeki elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $2A - B = [1 \quad -2 \quad 4]$

$A + 2B = [3 \quad 4 \quad -3]$

olduğuna göre, B matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $A + 2B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin en büyük elemanı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $A + B - C = [5 \quad 9]$

$A - B + C = [-3 \quad 7]$

olduğuna göre, A matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) [1 8] B) [2 6] C) [4 1] D) [2 16] E) [16 4]

kareköl

C D B A

köşetaşı

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ **olduğuna göre, A·B matrisini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Matrislerde Çarpma

A·B çarpımının yapılabilmesi için A matrisinin sütun sayısının B matrisinin satır sayısına eşit olması gerekir. A nın i. satırındaki elemanlarla B nin j. sütunundaki elemanlar karşılıklı çarpılır ve çarpımlar toplanır, bu toplam A·B nin i. satır j. sütun elemanını verir.

A nın 1. satırındaki elemanlar 1, 2 ve 4 tür.

B nin 1. sütunundaki elemanlar 2, –1 ve 0 dır.

Bu elemanlar karşılıklı çarpılıp toplanınca A·B nin 1. satır 1. sütunundaki elemanı elde edilir.

$1 \cdot 2 + 2(-1) + 4 \cdot 0 = 0$

Şimdi aşağıdaki işlemi dikkatlice takip ediniz.

NOT

$A = [a_{ij}]_{mxn}$

$B = [b_{ij}]_{nxk}$

$A \cdot B = [c_{ij}]_{mxk}$

$[2 \quad -1 \quad 0]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 7 & d \end{bmatrix}$$

$a = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 0 \cdot 4 = 0$

$c = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 2 = 7$

$[3 \quad -2 \quad 1]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$$

$b = 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 3$

$d = 3 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 2 = 13$

1. $A = [1 \quad 2]$ ve $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A·B çarpım matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [11] B) [10] C) [8 3] D) $\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$ D) [10 4] E) [4 4]

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

çarpımının sonucunda elde edilen matrisin 3. satır 2. sütun elemanı kaçtır?

A) –12 B) –6 C) 6 D) 12 E) 16

4. A_{5x3} **matrisi ile hangi türden bir matris çarpılınca 5 x 4 türünden matris elde edilir?**

A) 4 x 3 B) 3 x 5 C) 5 x 4 D) 3 x 4 E) 3 x 2

kareköl

A B E D

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2&-1\\1&3\end{bmatrix}$ matrisi ile $f(x)=x^2-2x+5$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(A) yı bulunuz.

açıklamalı çözüm

Gerçek Sayının Matrise Dönüştürülmesi

$f(A)=A^2-2\cdot A+5\cdot I$ (Sabit sayı, A ile aynı türden birim matrisle çarpılarak işleme dahil ediliyor.)

$$f(A)=\begin{bmatrix}2&-1\\1&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1\\1&3\end{bmatrix}-2\begin{bmatrix}2&-1\\1&3\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$f(A)=\begin{bmatrix}3&-5\\5&8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4&-2\\2&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5&0\\0&5\end{bmatrix}$$

$$f(A)=\begin{bmatrix}4&-3\\3&7\end{bmatrix}$$

1. $A=\begin{bmatrix}1&2\\1&2\end{bmatrix}$ ve $f(x)=x^2+x+1$

olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}4&5\\8&6\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}5&8\\4&9\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}8&4\\5&3\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}9&3\\7&6\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}1&4\\7&3\end{bmatrix}$

2. $A=\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}$ ve $f(x)=x^3+2$

olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}3&0\\6&3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}1&2\\3&6\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}0&1\\3&6\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}1&2\\6&0\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}1&4\\0&3\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}1&-1\\2&3\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

f(x, y) = xy + 3y olduğuna göre, f(A, B) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-5\\3\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}5\\-4\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}7\\-3\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$

4. $A=\begin{bmatrix}2&0\\0&2\end{bmatrix}$ ve $f(x)=x^6+2x+1$

olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $33\cdot I$ B) $44\cdot I$ C) $56\cdot I$ D) $67\cdot I$ E) $69\cdot I$

B | A | C | E

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2&-3\\1&-2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2013} matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Matrisin Kuvvetleri

Bir matrisinin yüksek dereceden kuvveti istendiğinde sırasıyla

$A, A^2, A^3, A^4, \ldots$ matrisleri bulunur.

Birim matris elde edilirse kuvvet alma kolaylaşır. $I^n=I$

NOT

A nın k. kuvvetinde birim matris elde edilmişse, A nın istenen kuvveti k ile bölünür. Kalan A nın üstüne yazılır, işte sonuç budur.

Köşetaşının Çözümü:

$$A=\begin{bmatrix}2&-3\\1&-2\end{bmatrix}$$

$$A^2=\begin{bmatrix}2&-3\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-3\\1&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=I$$

$$A^{2013}=A^{2012}\cdot A=(A^2)^{1006}\cdot A=I^{1006}\cdot A=I\cdot A=A=\begin{bmatrix}2&-3\\1&-2\end{bmatrix}$$

A nın 2. kuvvetinde birim matris elde edildiğinden 2013 sayısı 2 ye bölünür. Kalan 1 olduğundan sonuç A^1 dir

1. $A=\begin{bmatrix}1&0\\3&-1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{12} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}1&0\\3&-1\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2&4\\6&-2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}0&5\\5&0\end{bmatrix}$

2. $A=\begin{bmatrix}-2&-1\\3&1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{37} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}-2&3\\-1&1\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-2&-1\\3&1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}4&5\\-1&0\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}2&0\\5&-2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{24} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) I B) A C) $2^{24}I$ D) $2^{24}A$ E) $2^{12}I$

4. $A=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2013} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) I B) A C) $-I$ D) $-A$ E) A^2

C | B | C | B

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}$$

olduğuna göre, A^{24} matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Matrisin Kuvvetini Bulurken Örüntü Arama

Matrislerin yüksek dereceden kuvvetlerini hesaplarken önceki köşetaşındaki gibi bazen birim matrise rastlanır. Bu kuvvet almayı kolaylaştırır. Ancak, birim matrise rastlanmadığında alınan kuvvetler arasında bir örüntünün, bir kuralın var olup olmadığı araştırılır.

Köşetaşının Çözümü: $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}$

$$A^2=A\cdot A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \textcircled{12} & 1\end{bmatrix} \rightarrow 2\cdot 6$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 12 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \textcircled{18} & 1\end{bmatrix} \rightarrow 3\cdot 6$$

$$A^4=A^3\cdot A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 18 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \textcircled{24} & 1\end{bmatrix} \rightarrow 4\cdot 6$$

$\vdots$

$$A^n=\begin{bmatrix}1 & 0\\ n\cdot 6 & 1\end{bmatrix}$$

$$A^{24}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 24\cdot 6 & 1\end{bmatrix}$$

1. $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{100} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}1 & 400\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 400 & 1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}4 & 400\\ 0 & 4\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}400 & 1\\ 1 & 400\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 400 & 0\end{bmatrix}$

2. $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{50} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{49}I$ B) $2^{49}A$ C) $-2^{49}I$

D) $2^{50}A$ E) $-2^{50}A^2$

3. $A=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{99} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}198 & 0\\ 0 & 297\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}198 & 1\\ 1 & 297\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2^{99} & 0\\ 0 & 3^{99}\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}2^{99} & 1\\ 1 & 3^{99}\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}0 & 2^{99}\\ 3^{99} & 0\end{bmatrix}$

4. $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{20} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{19}\cdot I$ B) $3^{20}\cdot I$ C) $3^{49}\cdot A$

D) $3^{20}\cdot A$ E) $3^{19}\cdot A$

karekök

A | B | C | E

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ -4 & 7\end{bmatrix}$$

matrisinin çarpmaya göre tersini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir Matrisin Çarpmaya Göre Tersi

A matrisinin tersi A^{-1} olsun. Kare matrislerin tersi vardır ve bir matrisin tersi kendi türündendir.

$A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ -4 & 7\end{bmatrix}$ olduğundan $A^{-1}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ şeklindedir.

$$\begin{bmatrix}-1 & 2\\ -4 & 7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-a+2c & -b+2d\\ -4a+7c & -4b+7d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$-4/\ -a+2c=1$ $\quad$ $-4/\ -b+2d=0$

$-4a+7c=0$ $\quad$ $-4b+7d=1$

$4a-8c=-4$ $\quad$ $4b-8d=0$

$+\ -4a+7c=0$ $\quad$ $+\ -4b+7d=1$

$-c=-4\Rightarrow c=4$ $\quad$ $-d=1\Rightarrow d=-1$

$a=7$ $\quad$ $b=-2$

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -2\\ 4 & -1\end{bmatrix}$$

NOT

$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$

matrisinde $ad-bc=0$ ise, tersi yoktur.

- $A\cdot A^{-1}=A^{-1}\cdot A=I$
- $(A^{-1})^{-1}=A$

KISA YOL: $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$

Buna göre, $A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ -4 & 7\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{(-1)\cdot 7-(-4)\cdot 2}\begin{bmatrix}7 & -2\\ 4 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -2\\ 4 & -1\end{bmatrix}$

1. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ 1 & -1\end{bmatrix}$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -1 & -3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 3 & -1\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 4 & 1\end{bmatrix}$

2. Aşağıdaki matrislerden hangisinin tersi <u>yoktur</u>?

A) $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 3 & -5\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}5 & 3\\ -3 & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-5 & -3\\ -3 & -2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}5 & 3\\ -3 & -2\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}5 & 6\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 4 & -3\end{bmatrix}$

4. $A=\begin{bmatrix}x-1 & 2\\ 6 & 3\end{bmatrix}$

matrisinin tersi <u>olmadığına</u> göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök

A | E | B | D

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $2A-3B^T$ matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir Matrisin Devriği (Transpozu)

A matrisinin satırları sütun olarak yazıldığında A matrisinin devriği (transpozu) elde edilir. A^T ile gösterilir.

Örnekler: $M=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 4 & 1 & 0\end{bmatrix} \Rightarrow M^T=\begin{bmatrix}2 & 4\\ -1 & 1\\ 3 & 0\end{bmatrix}$

$N=\begin{bmatrix}2 & -7\\ 3 & 5\end{bmatrix} \Rightarrow N^T=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -7 & 5\end{bmatrix}$

NOT

- $(A^T)^T=A$
- $(A \pm B)^T=A^T \pm B^T$
- $(A \cdot B)^T=B^T \cdot A^T$
- $(A^{-1})^T=(A^T)^{-1}$
- $(k \cdot A)^T=k \cdot A^T$

Köşetaşının Çözümü:

$B=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix} \Rightarrow B^T=\begin{bmatrix}-2 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$

$2A-3B^T=2\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\end{bmatrix}-3\begin{bmatrix}-2 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 6 & -2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-6 & 12\\ 3 & 6\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}10 & -10\\ 3 & -8\end{bmatrix}$

1. $A=\begin{bmatrix}1\\ -3\end{bmatrix}$

matrisinin devriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–3 1] B) [1 –3] C) [–2 3] D) [–2] E) [1 0]

2. $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^T+B^{-1} matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 0\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A \cdot A^T$ matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

4. $A \cdot B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $B^T \cdot A^T$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}1 & 4\\ -2 & 3\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}3 & 2\\ -4 & 1\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}-3 & 2\\ 4 & -1\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

(Yukarıda verilen özelliklere bakınız.)

karekök

B C D B

1. $A=[a_{ij}]_{mxn}=\begin{bmatrix}-2 & x+1 & 3\\ 2 & x & x-1\end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

$a_{12}+a_{23}=m \cdot n$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A=[a_{ij}]_{3x2}$ ve $a_{ij}=\begin{cases}i-j \ , & i \geq j \text{ ise}\\ i+j \ , & i<j \text{ ise}\end{cases}$

şeklinde tanımlanan A matrisi için $a_{12}+a_{22}+a_{32}$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A=[2 \quad 3]$ ve $B=\begin{bmatrix}x-2\\ y+5\end{bmatrix}$

matrislerinden biri sıfır matristir.

I. A satır matrisidir.
II. B sütun matrisidir.
III. x + y = –3

önermelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

4. $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 4\\ -2 & x & 2\\ x-y & -3 & x+1\end{bmatrix}$

matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanların toplamı 8 dir. Üçüncü satırındaki elemanların toplamı ise 1 dir.

Buna göre, y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & \bullet\\ \bullet & x-1 & \bullet\\ y-4 & \bullet & 2x+1\end{bmatrix}$

Üst üçgen matrisinin üçüncü satırındaki elemanların toplamı 5, asal köşegeni üzerindeki elemanların toplamı a dır.

Buna göre, ay çarpımı kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 27 E) 28

6. $\begin{bmatrix}a-b & 2\\ 3 & 2a+b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & x-1\\ y+1 & 12\end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + xy işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

7. $A=[a_{ij}]_{2x3}$ ve $a_{ij}=i+j$

şeklinde A matrisi tanımlanıyor.

5A matrisinin 2. satır 3. sütun elemanı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 30 E) 36

8. $A=[2 \quad -3]$ ve $B=[5 \quad 0]$

matrisi veriliyor.

2A – B matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) [–1 –6] B) [1 6] C) [–2 3] D) [2 –3] E) [–2 6]

karekök

9. $2A - B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

10. $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A·B çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -6 & 6 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

11. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisi ile $f(x) = x^2 + 3x - 2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

12. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{53} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{14} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 2^{13} \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2^{14} & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -56 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -2 & 42 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 42 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

14. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{-1} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

15. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^T - 2(B^T)^T$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & -11 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 9 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 11 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 8 & -11 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 8 & 11 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

1 C 2 D 3 E 4 C 5 E 6 D 7 C 8 A 9 B 10 A 11 B 12 D 13 C 14 C 15 D

KONU TESTİ - 1

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & x+y \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 0 & a \\ y & x+2y \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A + B = I olduğuna göre, a + x − y işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A \cdot (-B^T)$ çarpım matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı kaçtır?

A) −9 B) −4 C) 0 D) 2 E) 4

3. $\begin{bmatrix} -1 & x \\ 1 & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ x & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) −4 B) −2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A^2 - 3A + 4$ matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 12 & 12 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$

5. $A = [a_{ij}]_{3x3}$, $a_{ij} = \begin{cases} i \ , & i+j \equiv 0 \ (\text{mod}\,3) \text{ ise} \\ 1 \ , & i+j \equiv 1 \ (\text{mod}\,3) \text{ ise} \\ j \ , & i+j \equiv 2 \ (\text{mod}\,3) \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, A matrisinin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $A - 2B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

$2A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

7. $A=\begin{bmatrix} a-1 & a+1 \\ a+2 & a+3 \end{bmatrix}$

matrisi üst üçgen matrisi olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

9. $A=\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{bmatrix}$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -\sin x & -\cos x \\ -\cos x & \sin x \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & \sin x \\ -1 & \cos x \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 0 & \cos x \\ -1 & \sin x \end{bmatrix}$

10. $[\sin x \quad \log_2 3 \quad \tan x \quad x]\cdot\begin{bmatrix} \csc x \\ \log_3 2 \\ \cot x \\ \frac{1}{x} \end{bmatrix}$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) [x] B) [1] C) [0] D) [4] E) [cosx]

11. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}+...+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 1175 B) 1250 C) 1200 D) 1425 E) 1500

12. $A=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{47} matrisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 5^{47} & 0 \\ 0 & 2^{47} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2^{24} & 0 \\ 0 & 5^{24} \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5^{47} & 1 \\ 1 & 2^{47} \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 47 \\ 46 & 5 \end{bmatrix}$ E) $2^{47}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

1 D	2 A	3 E	4 D	5 C	6 C	7 B	8 E	9 A	10 D	11 D	12 A

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. A + B = I eşitliğinde matrisleri yerlerine yazalım.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & x+y \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & a \\ y & x+2y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+0 & 0+a \\ 2+y & x+y+x+2y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a \\ 2+y & 2x+3y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$a=0$

$2+y=0 \Rightarrow y=-2$

$2x+3y=1 \Rightarrow 2x+3(-2)=1 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$

$a+x-y=0+\frac{7}{2}+2=\frac{11}{2}$

Yanıt D

2. $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^T=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow -B^T=\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$A\cdot(-B^T)=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} -2\cdot 1+2(-2) & (-3)\cdot 1+(-1)\cdot(-2) \\ -2\cdot 0+2\cdot 3 & -3\cdot 0+(-1)\cdot 3 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} -6 & -1 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$

Bulunan matrisin asal köşegeni üzerindeki elemanlarının toplamı

−6 + (−3) = −9 dur.

Yanıt A

3. $\begin{bmatrix} -1 & x \\ 1 & y \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ x & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & 1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2\cdot(-1)+x^2 & (-2)(-1)+(-1)x \\ 2+xy & -2\cdot 1+(-1)\cdot y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & 1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x^2-2 & 2-x \\ 2+xy & -2-y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & 1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$$

$2-x=1 \Rightarrow x=1$

$x^2-2=a \Rightarrow 1-2=a \Rightarrow a=-1$

$2+xy=4 \Rightarrow 2+1\cdot y=4 \Rightarrow y=2$

$-2-y=b \Rightarrow -2-2=b \Rightarrow b=-4$

Buna göre, a·b = (−1)(−4) = 4 tür.

Yanıt E

4. $A^2=\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} 4\cdot 4+2\cdot(-1) & (-1)\cdot 4+5(-1) \\ 4\cdot 2+2\cdot 5 & (-1)\cdot 2+5\cdot 5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 14 & -9 \\ 18 & 23 \end{bmatrix}$

$-3A=-3\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -12 & 3 \\ -6 & -15 \end{bmatrix}$

$4=4I=4\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

$A^2-3A+4=\begin{bmatrix} 14 & -9 \\ 18 & 23 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -12 & 3 \\ -6 & -15 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 12 & 12 \end{bmatrix}$

Yanıt D

5. 1 + 1 ≡ 2 (mod 3) olduğundan $a_{11}=1$

1 + 2 ≡ 0 (mod 3) olduğundan $a_{12}=1$

1 + 3 ≡ 1 (mod 3) olduğundan $a_{13}=1$

2 + 1 ≡ 0 (mod 3) olduğundan $a_{21}=2$

2 + 2 ≡ 1 (mod 3) olduğundan $a_{22}=1$

2 + 3 ≡ 2 (mod 3) olduğundan $a_{23}=3$

3 + 1 ≡ 1 (mod 3) olduğundan $a_{31}=1$

3 + 2 ≡ 2 (mod 3) olduğundan $a_{32}=2$

3 + 3 ≡ 0 (mod 3) olduğundan $a_{33}=3$

A nın asal köşegeni üzerinde olan elemanlar a_{11}, a_{22} ve a_{33} tür.

$a_{11}+a_{22}+a_{33}=1+1+3=5$

Yanıt C

6. $A-2B=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

2/ $2A+B=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

$A-2B=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

$+\quad 4A+2B=\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -10 & -8 \end{bmatrix}$

$5A=\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -5 & -10 \end{bmatrix}$

$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

A'nın elemanları toplamı 1 + 2 − 1 − 2 = 0 dır.

Yanıt C

7. A matrisi üst üçgen matrisi olduğuna göre, asal köşegenin altında kalan elemanlarının herbiri sıfır olmalıdır.

$$A=\begin{bmatrix} a-1 & a+1 \\ a+2 & a+3 \end{bmatrix}$$

asal köşegen

$a+2=0 \Rightarrow a=-2$

$a_{12}=a+1 \Rightarrow a_{12}=-2+1=-1$

Yanıt B

8. $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Buna göre,

$A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{6-5}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

Yanıt E

9. $A=\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{-\sin^2 x-\cos^2 x}\begin{bmatrix} -\sin x & -\cos x \\ -\cos x & \sin x \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1}=\dfrac{1}{-(\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1})}\begin{bmatrix} -\sin x & -\cos x \\ -\cos x & \sin x \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1}=\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{bmatrix}$

Yanıt A

10. Birbirinin tersi olan elemanlar çarpma işleminde kullanılarak daha sade ifadeler elde edilir.

$$[\sin x \quad \log_2 3 \quad \tan x \quad x]\cdot\begin{bmatrix} \csc x \\ \log_3 2 \\ \cot x \\ \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$=\left[\sin x\cdot\csc x+\log_2 3\cdot\log_3 2+\tan x\cdot\cot x+x\cdot\frac{1}{x}\right]$

$=\left[\sin x\cdot\frac{1}{\sin x}+\log_2 3\cdot\frac{1}{\log_2 3}+\tan x\cdot\frac{1}{\tan x}+x\cdot\frac{1}{x}\right]$

$=[1+1+1+1]$

$=[4]$

Yanıt D

11. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}+\ldots+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} 1+1+\ldots+1 & 2+2+\ldots+2 \\ 0+0+\ldots+0 & 1+2+\ldots+50 \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} 50\cdot 1 & 50\cdot 2 \\ 50\cdot 0 & \frac{50\cdot 51}{2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 50 & 100 \\ 0 & 1275 \end{bmatrix}$

A matrisinin elemanları toplamı

50 + 100 + 1275 = 1425 tir.

Yanıt D

12. $A=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$A^2=A\cdot A=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5^2 & 0 \\ 0 & 2^2 \end{bmatrix}$

$A^3=A^2\cdot A=\begin{bmatrix} 5^2 & 0 \\ 0 & 2^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix}$

$A^4=A^3\cdot A=\begin{bmatrix} 5^3 & 0 \\ 0 & 2^3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5^4 & 0 \\ 0 & 2^4 \end{bmatrix}$

$\vdots$

$A^{47}=\begin{bmatrix} 5^{47} & 0 \\ 0 & 2^{47} \end{bmatrix}$

Yanıt A

1. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A·B çarpım matrisinin 2. satır 3. sütunundaki elemanı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $A=\begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & -\cos x \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2017} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) I B) A C) 2I D) 2A E) −A

3. $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

A·C = B + C olduğuna göre, C matrisinin ikinci satırındaki elemanlarının toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

4. $A=\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & x \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

A) −6 B) −3 C) −1 D) 2 E) 4

5. $f(x)=[x^2 \quad x \quad 1]\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{bmatrix}$

$f(\sqrt{6})=[k]$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 6 D) $6\sqrt{3}$ E) 18

6. $[2 \quad 5]\cdot\begin{bmatrix} -1 \\ a \end{bmatrix}=[8]$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. A, 2 x 2 türünden bir matristir.

$A\cdot\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\8\end{bmatrix}$

$A\cdot\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\-6\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A\cdot\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}1\\5\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix}2&-3\\1&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\8\end{bmatrix}$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $A=\begin{bmatrix}3&2\\1&-3\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{11} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) I B) A C) 5I D) $11^5\cdot A$ E) $11^{10}\cdot A$

10. $A=\begin{bmatrix}1&2\\-1&-3\end{bmatrix}$

matrisinin tersi A^{-1}, devriği A^T dir.

$A^{-1}\cdot A^T$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}7&-9\\-3&4\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-6&5\\1&-2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2&5\\-1&3\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}1&3\\-5&2\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}3&1\\5&2\end{bmatrix}$

11. $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&7\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}-2&0\\1&1\end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A·X = B denklemlerini sağlayan X matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

12.

A =

G	B	M	
3	2	1	Ataryemez
1	3	2	Ataryer
4	0	2	Atamazyer
1	3	2	Atamazyemez

Yukarıdaki A matrisi ligde dört takımın galibiyet (G), beraberlik (B), mağlubiyet (M) sayılarını göstermektedir.

Galibiyet 3, beraberlik 1 ve mağlubiyet 0 puan kazandırdığına göre, bu dört takımın puan matrisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $A\cdot[4]$ B) $A\cdot[3\ \ 1\ \ 0]$ C) $A\cdot\begin{bmatrix}3\\1\\0\end{bmatrix}$

D) $[3\ \ 1\ \ 0]\cdot A$ E) $\begin{bmatrix}3\\1\\0\end{bmatrix}\cdot A$

karekök

1. $A=\begin{bmatrix}1&3\\2&5\end{bmatrix}$ ve $A^{-1}=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$

olduğuna göre, c kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(ÖYS 1987)

2. **A_{mxm} matrisi ve $B = A^T + A$ verildiğine göre, B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

[A^T, A matrisinin transpozesidir (devriğidir)]

A) B^{-1} B) B C) A^{-1} D) A^T E) A

(ÖYS 1988)

3. K, 2 x 2 türünden bir matris olmak üzere,

$K\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ ve $K\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$

ise, $K\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-9\\7\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-7\\-4\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}-3\\2\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}0\\7\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$

(ÖYS 1990)

4. $[1\ \ 2\ \ a\ \ 5]\cdot\begin{bmatrix}a\\2\\3\\4\end{bmatrix}=[0]$ **olduğuna göre, a kaçtır?**

A) – 6 B) – 4 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 1991)

5. $\begin{bmatrix}1&-1\\2&1\\-1&2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2&4\\2&1&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a&\circ&\circ\\\circ&b&\circ\\\circ&\circ&c\end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 2 D) –1 E) –2

(ÖYS 1992)

6. $\begin{bmatrix}1&2\\-3&4\end{bmatrix}^2-2\begin{bmatrix}1&2\\-3&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix}6&-6\\-9&3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}6&-6\\9&-3\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}-6&6\\-9&3\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}-6&6\\9&-3\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}6&6\\9&3\end{bmatrix}$

(ÖYS 1993)

7. **I, 2 x 2 türünden birim matris ve $A=\begin{bmatrix}1&2\\2&4\end{bmatrix}$ olduğuna göre, $A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix}3&6\\8&8\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}3&6\\6&9\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}5&3\\3&8\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}5&2\\2&8\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}6&2\\3&8\end{bmatrix}$

(ÖYS 1994)

8. $A=\begin{bmatrix}-1&1\\1&0\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}x&y\\z&t\end{bmatrix}$

olmak üzere, A.B = A – B olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-3&2\\6&3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-5&0\\1&7\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}1&2\\7&8\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}4&3\\1&-2\end{bmatrix}$

(ÖYS 1995)

9. $A=\begin{bmatrix}x&2\\y&-2\end{bmatrix}$

matrisi için $A^{-1}.A = A^2$ olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

(ÖYS 1996)

karekök

10. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **olduğuna göre, a kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

(ÖYS 1997)

11. $A=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $(A.B)^t$ aşağıdakilerden hangisidir? *(A^t: A matrisinin devriği (transpozesi))*

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & -10 \\ -5 & -19 \\ 7 & -18 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$

(ÖYS 1998)

12. $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri için A·X = B denklemini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(ÖSS 2007 II)

13. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Yukarıda matris gösterimi verilen doğrusal denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(ÖSS 2009 II)

14. $A=\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

matrisinin devriği A^t ve ters matrisi A^{-1} olduğuna göre, $A^t \cdot A^{-1}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -3 \\ \frac{9}{2} & -5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{-9}{2} \\ 3 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} \frac{9}{2} & 3 \\ \frac{-5}{2} & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ \frac{5}{2} & -2 \end{bmatrix}$

(LYS 2010)

15. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(LYS 2011)

karekök

1 D 2 B 3 B 4 A 5 B 6 C 7 D 8 C 9 C 10 C 11 B 12 C 13 A 14 A 15 B

1. $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}.\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ olur.

$A=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{5-6}.\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

Buna göre, c = 2 olur.

Yanıt D

2. $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ise $A^T=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ olur.

$B=A+A^T=\begin{bmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{bmatrix}$ ise,

$B^T=\begin{bmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{bmatrix}=B$ bulunur.

Yanıt B

3. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$K=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olsun.

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3a+2b \\ 3c+2d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -a+0.b \\ -c+0.d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Matrislerin eşitliğinden a = –2, b = 3, c = –1, d = 2 dir.

Buna göre,

$K\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt B

4. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$[1\ 2\ a\ 5].\begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}=[0]$

$a.1+2.2+3.a+4.5=0$

$a=-6$

Yanıt A

5. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow=\begin{bmatrix} 1.1+(-1).2 & 1.2+(-1).1 & 1.4+(-1).5 \\ 2.1+1.2 & 2.2+1.1 & 2.4+1.5 \\ (-1).1+2.2 & (-1).2+2.1 & (-1).4+2.5 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 13 \\ 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

Buna göre, $a+b+c=(-1)+(5)+(6)=10$ olur.

Yanıt B

karekök

6. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.1+2.(-3) & 1.2+2.4\\ (-3).1+4.(-3) & (-3).2+4.4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-5 & 10\\ -15 & 10\end{bmatrix}$$

Buna göre, $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}^2-2\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix}-5 & 10\\ -15 & 10\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & 4\\ -6 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$=\begin{bmatrix}-6 & 6\\ -9 & 3\end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt C

7. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$$A^2-4A+4I=(A-2I)^2=\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}\right)^2$$

$$=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}^2$$

Buna göre,

$$\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(-1).(-1)+2.2 & (-1).2+2.2\\ 2.(-1)+2.2 & 2.2+2.2\end{bmatrix}$$

$=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 2 & 8\end{bmatrix}$ olur.

Yanıt D

8. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

A.B = A − B ise,

$$\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}z-x & t-y\\ x & y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1-x & 1-y\\ 1-z & -t\end{bmatrix}$ olur.

Buna göre,

$z-x=-1-x \Rightarrow z=-1$

$x=1-z \Rightarrow x=2$

$t-y=1-y \Rightarrow t=1$

$y=-t \Rightarrow y=-1$

Yani, $B=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$ olur.

Yanıt C

9. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$A.A^{-1}=A^2$ denkleminde,

$A.A^{-1}=I$ olduğuna göre, $A^2=I$ olur.

$$\begin{bmatrix}x & 2\\ y & -2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x & 2\\ y & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x^2+2y & 2x-4\\ xy-2y & 2y+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$2x-4=0 \Rightarrow x=2,$

$2y+4=1 \Rightarrow y=-\frac{3}{2}$ olur.

Buna göre, $x.y=-3$ bulunur.

Yanıt C

10. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$$\begin{bmatrix}3 & a\\ 2 & a+1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1\\ x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}3+ax\\ 2+ax+x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 2\end{bmatrix}$$

Buna göre,

$3+ax=-1 \Rightarrow ax=-4$

$2+ax+x=2 \Rightarrow x=4$

$ax=-4$ olduğundan $a=-1$ bulunur.

Yanıt C

11. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$$A.B=\begin{bmatrix}1 & 4\\ -5 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 0 & -2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.2+4.0 & 1.3+4.(-2) & 1.4+4.1\\ (-5).2+2.0 & (-5).3+2.(-2) & (-5).4+2.1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & -5 & 8\\ -10 & -19 & -18\end{bmatrix}$$

Buna göre, $(A.B)^T=\begin{bmatrix}2 & -10\\ -5 & -19\\ 8 & -18\end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt B

12. İki matris çarpılırken birinci matrisin n. satırı ile ikinci matrisin m. sütunundaki elemanlar karşılıklı olarak çarpılıp, bu çarpımlar toplanır. Böylece sonuç matrisinde a_{nxm} elemanı elde edilir.

$X=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ olsun.

A.X = B ise $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}1.a+0.c & 1.b+0.d\\ (-1).a+1.c & (-1).b+1.d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}a & b\\ -a+c & -b+d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

eşitliğinden $a=1, b=0$

$-a+c=1 \Rightarrow c=2$

$-b+d=1 \Rightarrow d=1$

Yani, $X=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt C

13. $\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 3\\ 2\end{bmatrix}$

$x+y-z=5$

$x-y+z=3$

$x+2y+3z=2$

Birinci ve ikinci denklem toplandığında

$2x=8 \Rightarrow x=4$ bulunur.

Yanıt A

14. $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$

$$A^{-1}=\frac{1}{2\cdot3-4\cdot1}\begin{bmatrix}3 & -4\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -2\\ -\frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}$$

$$A^t\cdot A^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -2\\ -\frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{2} & -3\\ \frac{9}{2} & -5\end{bmatrix}$$

Yanıt A

15. $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 9\end{bmatrix}$

$x+2y=1$

$+\ -x+3y=9$

$5y=10$

$y=2$

$x+4=1 \Rightarrow x=-3$

Buna göre, $x+y=-1$ bulunur.

Yanıt B

BÖLÜM 2

Determinant

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Determinantı tanımlar.
2. 2x2 türünden determinantlarda uygulamalar yapar.
3. 3x3 türünden determinantı Sarrus yöntemiyle hesaplar.
4. 3x3 türünden determinantlarla cebirsel işlemler yapar.
5. Minör ve eşçarpanı (kofaktörü) tanımlar.
6. Determinant hesabının genel yöntemini kavrar.
7. Ek matrisi (adjoint matrisi) tanımlar.
8. Bir matrisin tersini bulmanın genel yöntemini kavrar.
9. Determinantın özelliklerini kavrar.
10. Determinant hesabında kolay açılımı fark eder.
11. Basit satır işlemleri yapar.
12. Basit satır işlemleri yapar.

köşetaşı

1) A = [5] 2) B = [–3] 3) $C=\begin{bmatrix}2 & 4\\ -3 & 3\end{bmatrix}$

matrislerinin determinantlarını hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Determinant

Fonksiyonu, içine atılan bir hammaddeyi işleyerek bir ürüne dönüştüren makineye benzetebiliriz. Matematikte de bu dönüştürmeyi yapan özel makineler vardır. Örneğin sinüs fonksiyonunu makine gibi düşünelim. Sinüs fonksiyonuna bir açı atılır, makineden reel sayı çıkar. $\sin(\widehat{A}) = x$ ifadesinde A, makinenin içine atılan açı; x, makineden çıkan reel sayıdır.

Determinant da aynen sinüs fonksiyonu gibi bir özel fonksiyondur. Determinant makinesine matris atılır, matris işlendikten sonra reel sayı olarak makineden çıkarılır. Pekala, nasıl işleniyor da sayıya dönüşüyor. İşte, bu konuda bu işlem anlatılacaktır. Nasıl ki sinüs fonksiyonundaki dönüşümü yapabilmek için dik üçgenler, birim çemberler çizdik; burada da kolay bazı işlemlerle bu meseleyi kavrayacağız. Determinant fonksiyonu "det" ile isimlendirilir, A matrisinin determinantı det(A) ya da |A| ile gösterilir.

Bu köşetaşında 1x1 ve 2x2 türünden kare matrislerin determinantını göreceğiz.

1x1 türünden A = [a] matrisinin determinantı det(A) = a

2x2 türünden $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ matrisinin determinantı det(A) = ad – bc

Köşetaşının Çözümü:

1) det(A) = |A| = 5

2) det(B) = |B| = –3

3) det(C) = |C| = 2·3 – (–3)·4 = 18

1. $A=\begin{bmatrix}5 & 4\\ -1 & 6\end{bmatrix}$

olduğuna göre, |A| kaçtır?

A) 18 B) 22 C) 26 D) 30 E) 34

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ ve B = [3] matrisleri veriliyor.

|A| = x + |B| olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 11 E) 14

3. $\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & x\end{vmatrix}=11$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $\begin{vmatrix}x & -1\\ 4 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3 & 1\\ -1 & x+1\end{vmatrix}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

E C A C

köşetaşı

$\begin{vmatrix}\sin x & -\cos x\\ \cos x & \sin x\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2013 & 2012\\ 2012 & 2013\end{vmatrix}$

işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

2x2 Türünden Determinantta Karşımıza Diğer Konularla İlgili Kavramlar Çıkabilir.

2x2 türünden bir determinantın alınışı bir ilköğretim öğrencisi tarafından da kolayca kavranabilir. "Köşegenler boyunca elemanları çarp, birbirinden çıkar" gibi basit bir kuralı var. Mesele, bu determinantların içine sıkıştırılan diğer kavramlar ve denklemlerle baş edebilmektir. Örneğin köşetaşında trigonometrik özdeşliklerle, cebirsel özdeşlikler bulunmaktadır. Aşağıdaki alıştırmaların içine de farklı konulardan kavramlar yerleştireceğiz, bunun sınırı yok, ancak bu tür sorularda genellikle yüzeysel işlemlerle karşılaşacaksınız.

Köşetaşının Çözümü:

$\begin{vmatrix}\sin x & -\cos x\\ \cos x & \sin x\end{vmatrix}=\sin x\cdot\sin x-\cos x\cdot(-\cos x)=\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\begin{vmatrix}2013 & 2012\\ 2012 & 2013\end{vmatrix}=2013\cdot2013-2012\cdot2012=2013^2-2012^2$

$=(2013-2012)\cdot(2013+2012)$

$=1\cdot4025=4025$

Sonuç olarak 1 + 4025 = 4026

1. $\begin{vmatrix}2^{x+1} & -1\\ 2^{x-1} & \frac{1}{2}\end{vmatrix}=\frac{3}{8}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\begin{vmatrix}\tan x & 2\sin x\\ \csc x & \cot x\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\begin{vmatrix}i & i+1\\ i-1 & i^3\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\begin{vmatrix}2015 & 2014\\ 2013 & 2012\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

A B C A

köşetaşı

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

3x3 Türünden Matrisin Determinantı (Sarrus Yöntemi)

Karşımıza çıkacak soruların neredeyse tamamı 2x2 ve 3x3 türünden kare matrislerin determinantıyla ilgili olacaktır. 2x2 türünden matrisin determinantını öğrendiniz. Bu köşetaşında da 3x3 türünden matrisin determinantını pratik yoldan hesaplayan Sarrus Yöntemini göreceksiniz. Genel matematik bilgilerinizle destekleyebildiğiniz zaman determinant sorularını kolayca yapabilirsiniz.

4x4 türünden matrisin determinantı ÖSYM tarihinde sadece bir kere soruldu.

Sarrus Yöntemi'ni köşetaşındaki determinantın değerini hesaplarken anlatalım.

1) Matrisin ilk iki satırını en alta tekrar yazalım.

2) Şekildeki gibi okları çizelim.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$
$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{matrix}$$

Sol: $3 \cdot 1 \cdot 2$, $5 \cdot 3 \cdot 1$, $2 \cdot 2 \cdot 4$ — Sağ: $1 \cdot 1 \cdot 2$, $4 \cdot 3 \cdot 3$, $2 \cdot 2 \cdot 5$

3) Oklar boyunca yer alan elemanları birbiriyle çarpalım.

4) Sağ tarafta kalan çarpımların toplamından sol tarafta kalan çarpımların toplamını çıkaralım. İşte determinantın değeri bu olur.

$(1 \cdot 1 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 5) - (3 \cdot 1 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 4)$

$= (2 + 36 + 20) - (6 + 15 + 16) = 58 - 37 = 21$

1. $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) –24 B) –21 C) 0 D) 12 E) 19

2. $$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & x \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -9 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = x + 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 5

karekök

B C A E

köşetaşı

$i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix} 0 & i & i+1 \\ 1 & i-1 & i \\ 0 & -i & 1 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Determinant Görüntüsü Altında Başka Kavramlar Karşımıza Çıkabilir.

Önceki köşetaşında anlatıldığı gibi Sarrus yöntemiyle hesaba başlayalım:

$$\begin{vmatrix} 0 & i & i+1 \\ 1 & i-1 & i \\ 0 & -i & 1 \end{vmatrix}$$
$$\begin{matrix} 0 & i & i+1 \\ 1 & i-1 & i \end{matrix}$$

$0 = 0 \cdot (i-1) \cdot (i+1)$ $0 \cdot (i-1) \cdot 1 = 0$

$0 = 0 \cdot (-i) \cdot i$ $1 \cdot (-i) \cdot (i+1) = -i^2 - i = 1 - i$

$i = 1 \cdot i \cdot 1$ $0 \cdot i \cdot i = 0$

$(0 + 1 - i + 0) - (0 + 0 + i)$

$= 1 - i - i$

$= 1 - 2i$

1. $$\begin{vmatrix} i & i^2 & i^3 \\ -i & 1 & -1 \\ 0 & 1 & i \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) –i B) i C) i + 1 D) i – 1 E) 2i

2. $$\begin{vmatrix} \tan x & 2 & -1 \\ 2 & \cot x & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -6$$

denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

A) 0 B) 15 C) 30 D) 45 E) 60

3. $$\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ -1 & x-1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2$$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $$\begin{vmatrix} 2^{x+1} & -1 & -1 \\ 2^{x-1} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

karekök

D D B A

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3 & -1\\ 0 & 4 & -2\\ -3 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

matrisinin a_{23} elemanının minörünü ve eşçarpanını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Minör ve Eşçarpan (Kofaktör)

nxn türünden bir kare matrisin herhangi bir elemanı için o elemanın bulunduğu satır ve sütun atıldıktan sonra geriye kalan elemanların oluşturduğu matrisin determinantına o elemanın minörü (küçüğü) veya alt determinantı denir. a_{ij} elemanın minörü M_{ij} ile gösterilir.

Köşetaşında istenen M_{23} minörü

2. satır ve 3 sütun silinince geriye kalan matrisin determinantıdır.

$$\begin{bmatrix}2 & 3 & -1\\ 0 & 4 & -2\\ -3 & 1 & 2\end{bmatrix} \rightarrow M_{23}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ -3 & 1\end{vmatrix}=2\cdot1-(-3)\cdot3=11$$

a_{ij} elemanına ait minörün $(-1)^{i+j}$ ile çarpımına

a_{ij} elemanının **eşçarpanı (kofaktörü)** denir ve A_{ij} ile gösterilir.

$A_{23}=(-1)^{2+3}\cdot M_{23}=(-1)^5\cdot 11=-11$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 3 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}$$

1. ve 2. soruları yukarıda verilen A matrisi için yanıtlayınız.

1. **M_{33} minörünün değeri kaçtır?**

A) –7 B) –5 C) –3 D) –1 E) 1

2. **A_{23} eşçarpanının değeri kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

$$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 1 & -1\\ 2 & 3 & 1 & 2\\ 0 & 1 & -1 & 2\end{bmatrix}$$

3. ve 4. soruları yukarıda verilen B matrisi için yanıtlayınız.

3. **M_{32} minörünün değeri kaçtır?**

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

4. **B_{43} eşçarpanının değeri kaçtır?**

A) –7 B) –3 C) –1 D) 1 E) 0

köşetaşı

$$\begin{vmatrix}2 & -3 & 0\\ -1 & 3 & 2\\ 1 & -2 & -1\end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Determinant Hesabının Genel Yöntemi

Bir determinantın değeri herhangi bir satırındaki veya sütunundaki elemanları ile kofaktörlerinin çarpımlarının toplamıdır.

Köşetaşındaki determinantı 1. satırına göre açalım.

1. satırına göre açılım demek, 1. satırındaki elemanlarıyla kofaktörlerini çarpalım demektir.

$|A|=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}$

$$\begin{bmatrix}2 & -3 & 0\\ -1 & 3 & 2\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix} \rightarrow A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}3 & 2\\ -2 & -1\end{vmatrix}=1$$

$$\begin{bmatrix}2 & -3 & 0\\ -1 & 3 & 2\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix} \rightarrow A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 1 & -1\end{vmatrix}=1$$

$$\begin{bmatrix}2 & -3 & 0\\ -1 & 3 & 2\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix} \rightarrow A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=-1$$

$|A|=2\cdot1+(-3)\cdot1+0\cdot(-1)=-1$

1. $$\begin{vmatrix}2 & -3\\ 4 & 5\end{vmatrix}$$

determinantının değerini hem pratik yoldan hem de genel yöntemle hesaplayınız.

2. $$\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 4 & 5\\ -2 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

determinantının değerini hem pratik yoldan hem de genel yöntemle hesaplayınız.

karekök

3. $$\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & -1 & -2\\ 3 & 1 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

determinantının hesaplanmasıyla ilgili olarak

I. Sarrus yöntemiyle değeri hesaplanabilir.

II. Sıfırın çok olduğu 2. satıra göre açılım yapılması kolaylık sağlar.

III. 1. satıra göre açılımı yapılırsa 3x3 türünden 4 tane determinant hesaplanır.

önermelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız III B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 3 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 4\end{bmatrix}$$ matrisinin ek matrisini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Ek Matris (Adjoint Matris)

Bir matriste elemanların yerine eş çarpanları yazılır ve ortaya çıkan bu matrisin devriği alınırsa ek matris elde edilir. A matrisinin ek matrisi Ek(A) ile gösterilir.

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix} \rightarrow Ek(A)=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} & A_{13}\\ A_{21} & A_{22} & A_{23}\\ A_{31} & A_{32} & A_{33}\end{bmatrix}^T$$

Köşetaşının Çözümü:

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{vmatrix}=0$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}3 & 2\\ 0 & 4\end{vmatrix}=-12$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3 & 1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=6$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 2 & 4\end{vmatrix}=10$$

$\vdots$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix}=5$$

$$Ek(A)=\begin{bmatrix}0 & -12 & 6\\ 10 & 8 & -4\\ -5 & 5 & 5\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 10 & -5\\ -12 & 8 & 5\\ 6 & -4 & 5\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & -2\\ 1 & 1 & 4\end{bmatrix}$$

Matrisi için Ek(A) = B dir. A_{ij}, A nın eşçarpanlarını göstermektedir.

1. - 4. soruları yukarıdaki bilgiye göre yanıtlayınız.

1. **B matrisinin 2. satır 3. sütun elemanı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) A_{23} B) A_{32} C) A_{13} D) A_{31} E) A_{33}

2. **B matrisinin 1. satır 2. sütun elemanı olan b_{12} nin değeri kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. **B matrisinin aşağıdaki elemanlarından hangisi sıfırdır?**

A) b_{12} B) b_{13} C) b_{23} D) b_{31} E) b_{33}

4. $b_{11}+b_{21}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

karekök

B E C D

köşetaşı

$$A=\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 5\end{bmatrix}$$ matrisinin tersini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir Matrisin Tersini Bulmanın Genel Yöntemi

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Ek(A)$$

Köşetaşının Çözümü:

Önceki köşetaşında Ek(A) yı bulmayı öğrendik.

$$\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 5\end{bmatrix} \rightarrow A_{11}=(-1)^{1+1}|5|=5$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}|2|=-2$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}|7|=-7$$

$$A_{22}=(-1)^{2+2}|3|=3$$

$$Ek(A)=\begin{bmatrix}5 & -2\\ -7 & 3\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{bmatrix}$$

$$|A|=3\cdot5-7\cdot2=1$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Ek(A)=\frac{1}{1}\begin{bmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{bmatrix}$$

Matris konusunda 2x2 türünden matrisin tersini pratik olarak öğrenmiştik. Ters bulmanın genel yolu daha yüksek mertebeden matrislerin tersi bulunurken kullanılır, ancak testlerde karşımıza çıkma olasılığı düşüktür.

1. **4x4 türünden bir matrisin tersini bulmayla ilgili olarak**

I. Determinantı bulunur, eğer determinantı sıfırsa tersi yoktur.

II. 16 tane eşçarpanı bulunur.

III. Ek matrisi determinantına bölününce tersi elde edilir.

önermelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

2. Sarrus yöntemini bilmeyen bir öğrenci 4x4 türünden bir matrisin tersini bulmaya çalışıyor.

Bunun için hesaplaması gereken 2x2 türünden kaç determinantla karşılaşacaktır?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 72

3. $$A=\begin{bmatrix}x-1 & 2\\ x+3 & x+1\end{bmatrix}$$

matrisinin tersi olmadığına göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $$A=\begin{bmatrix}x & 1 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & -2\end{bmatrix}$$

matrisinin tersi olmadığına göre, x kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{7}{5}$

karekök

E D B B

köşetaşı

$A=\begin{bmatrix}2&3\\4&1\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}3&1\\4&2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A\cdot B)+\det(B^T)$ değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Determinantın Özellikleri

- $|A\cdot B|=|A|\cdot|B|$
- $|A^n|=|A|^n$
- $|A^{-1}|=|A|^{-1}$
- $|A^T|=|A|$

Köşetaşının Çözümü:

Matrisleri çarptıktan sonra determinant almanın yerine determinantlarını alıp çarpmayı tercih edebiliriz.

$|A|=2\cdot1-3\cdot4=-10$

$|B|=3\cdot2-1\cdot4=2$

$\det(A\cdot B)=\det(A)\cdot\det(B)=-10\cdot2=-20$

$\det(B^T)=\det(B)=2$

Buna göre, $\det(A\cdot B)+\det(B^T)=-20+2=-18$

1. $A=\begin{bmatrix}2&3\\2&4\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A^4|$ determinantının değeri kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 24 D) 32 E) 48

2. $A=\begin{bmatrix}5&-1\\3&1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A\cdot A^T|$ determinantının değeri kaçtır?

A) 32 B) 48 C) 56 D) 64 E) 72

3. $A=\begin{bmatrix}1&4\\-2&-3\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^{-1})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{1}{36}$

karekök

4. $xy=-3$ olmak üzere,

$A=\begin{bmatrix}x&-1\\4&y\end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

Buna göre, $\det(A^{-1}\cdot A^T)$ değeri kaçtır?

A) x B) y C) xy D) –1 E) 1

B | D | A | E

köşetaşı

$\begin{vmatrix}1&-1&0&3\\4&1&2&2\\1&3&0&1\\0&-2&0&3\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

En Çok Sıfır Bulunan Satır veya Sütuna Göre Açılım Yapmak Kolaylık Sağlar

Bir determinantın değerini hesaplamanın genel yolu bir satır veya sütuna göre açılımını yapmaktır. Örneğin 4x4 türünden bir determinantın birinci satırına göre açılımı şudur:

$a_{11}\cdot A_{11}+a_{12}\cdot A_{12}+a_{13}\cdot A_{13}+a_{14}\cdot A_{14}$

a_{ij} determinantın elemanlarını, A_{ij} eşçarpanlarını ifade etmektedir. A_{11}, A_{12}, A_{13} ve A_{14} 3x3 türünden determinantlar olup hesaplanması zaman alır. Ama a_{11} in değeri sıfır olsaydı A_{11} determinantının hesaplanmasına gerek kalmayacaktı, çünkü, $a_{11}\cdot A_{11}=0\cdot A_{11}=0$ olacaktı. Bundan dolayı açılımı, en çok sıfır bulunan satır veya sütuna göre yapmak kolaylık sağlar.

Köşetaşındaki determinantta en çok sıfır 3. sütunda bulunduğundan bu sütuna göre açılım yapalım.

$a_{13}\cdot A_{13}+a_{23}\cdot A_{23}+a_{33}\cdot A_{33}+a_{43}\cdot A_{43}$

$=0\cdot A_{13}+2\cdot A_{23}+0\cdot A_{33}+0\cdot A_{43}$

$=2\cdot A_{23}$

$=2\cdot(-1)^5\cdot\begin{vmatrix}1&-1&3\\1&3&1\\0&-2&3\end{vmatrix}=-2\cdot8=-16$

NOT

Bir determinantın bir satırı veya sütunundaki tüm elemanları sıfır ise, determinantın değeri sıfırdır.

1. $\begin{vmatrix}0&-3&2&1\\1&2&0&4\\0&6&0&2\\-1&1&0&1\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 24 D) 32 E) 48

2. $\begin{vmatrix}2&-3&0\\5&6&0\\7&8&0\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 16 B) 8 C) 0 D) –12 E) –24

karekök

3. $\begin{vmatrix}1&2&3&4\\0&0&0&4\\0&0&0&-2\\5&6&7&8\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $[A]=[a_{ij}]_{5x5}$ ve $a_{ij}=\begin{cases}i+j, & i\neq5 \text{ iken}\\ i-5, & i=5 \text{ iken}\end{cases}$

biçiminde A matrisi tanımlanıyor.

Buna göre, det(A) kaçtır?

A) 25 B) 10 C) 5 D) 1 E) 0

E | C | A | E

köşetaşı

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & -2\\ 2 & 3 & -1 & 1\\ 2 & 4 & 0 & -5\\ 0 & 1 & 2 & 5\end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir Determinantın Bir Satırı (veya Sütunu) Bir Gerçek Sayıyla Çarpılıp Başka Satıra (veya Sütuna) Eklenirse Determinantın Değeri Değişmez.

Bir determinantın satırlarında (veya sütunlarında) çok sayıda sıfır varsa hesabının kolay yapılabileceğini vurgulamıştık. Satırlardaki (veya sütunlardaki) sıfır sayısını artırmak için basit satır işlemleri adı verilen kurallardan yararlanılır. Bu kuralların birincisi yukarıdaki başlıkta belirtildi. Buna göre, köşetaşındaki determinantın 1. satırını –2 ile çarpalım ve 3. satırına ekleyelim.

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & -2\\ 2 & 3 & -1 & 1\\ 2 & 4 & 0 & -5\\ 0 & 1 & 2 & 5\end{vmatrix} \xrightarrow{(-2\cdot R_1+R_3\to R_3)} \begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & -2\\ 2 & 3 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 2 & 5\end{vmatrix}$$

Görüldüğü gibi determinantın 3. satırındaki sıfır sayısı arttı.

Bu satıra göre, açılım yaparsak,

$$a_{31}\cdot A_{31}+a_{32}\cdot A_{32}+a_{33}\cdot A_{33}+a_{34}\cdot A_{34}$$

$$=0\cdot A_{31}+0\cdot A_{32}+0\cdot A_{33}+(-1)\cdot A_{34}=-A_{34}$$

$$=-(-1)^7\cdot\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 3 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix}=(6)-(-1+8)=-1$$

NOT

Bir determinantın iki satırındaki (veya sütunundaki) elemanları arasında sabit bir oran varsa, değeri sıfırdır.

1. $\begin{vmatrix}0 & -3 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & 6 & -4 & 2\\ -1 & 1 & -1 & 1\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

(1. satırın 2 katını 3. satıra ekleyiniz.)

A) –72 B) –48 C) –36 D) 24 E) 56

2. $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 5 & 6 & 7\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

karekök

3. $\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ a & b & c\\ b+c & a+c & a+b\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

(2. satırı 3. satıra ekleyiniz.)

A) abc B) a + b + c C) –1 D) 1 E) 0

B	A	C	E

köşetaşı

5x5 türünden bir matrisin determinantının değeri x tir.

Bu matrise aşağıdaki işlemler sırasıyla uygulanıyor.

I. 3. satırındaki tüm elemanlar 2 ile çarpılıyor.

II. 1. sütun ile 4. sütunun yerleri değiştiriliyor.

III. 2. sütunun elemanları 5. sütuna ekleniyor.

Buna göre, son durumda elde edilen matrisin determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x B) 2x C) –2x D) –2x + 3 E) 2x – 5

açıklamalı çözüm

Basit Satır İşlemleri

- Bir determinantın iki satırının (veya sütununun) yerleri değiştirilirse, determinantın işareti değişir.
- Bir determinantın bir satırı (veya sütunu) k gerçek sayısı ile çarpılırsa, determinant k ile çarpılmış olur.

Köşetaşının Çözümü:

I. işlemden sonra matrisin determinantı 2x olur.

II. işlemden sonra matrisin determinatı –2x olur.

III. işlemden sonra matrisin determinantı değişmez, –2x olarak kalır.

Yanıt "C" dir.

1. A, 3x3 türünden bir matris ve det(A) = 2 dir.

Buna göre, det(3A) değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 18 D) 54 E) 72

2. A, 4x4 türünden bir matris ve det(A) = 3 tür.

A nın 3. satırı 4 ile, 2. sütunu 5 ile çarpılıyor ve B matrisi elde ediliyor.

Buna göre, det(B) kaçtır?

A) –60 B) –20 C) 0 D) 20 E) 60

karekök

3. I. 3. satırı ile 4. satırın yerleri değiştiriliyor.

II. 2. sütunu 2 ile çarpılıyor.

III. 1. sütunu 2. sütununa ekleniyor.

Değeri 8 olan 4x4 türünden A determinantına yukarıdaki işlemler uygulanıyor.

Son durumda değeri kaç olur?

A) –32 B) –16 C) 2 D) 0 E) 8

4. $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=x$

olduğuna göre,

$\begin{vmatrix}a+c & b+d\\ -2a & -2b\end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –4x B) –2x C) x D) 2x E) 4x

D	E	B	D

1. $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –13 B) –11 C) 13 D) 15 E) 17

2. $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix}$

determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) –sin2x C) sin2x D) –cos2x E) cos2x

3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $\begin{vmatrix} i & -i & 1 \\ -1 & i^2 & i^3 \\ 1+i & 1-i & i \end{vmatrix}$

determinantı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 2i E) –i

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Yukarıda verilen A matrisinin eş çarpanları A_{ij} ile gösterildiğine göre, A_{32} kaçtır?

A) –12 B) –1 C) 0 D) 2 E) 12

karekök

6. Elemanları sıfırdan farklı olan 4x4 türünden bir determinantın değeri hesaplanırken en çok kaç tane 3x3 türünden determinantın değeri hesaplanır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 12

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinin ek matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 2 & x-1 \\ 3 & 2x+4 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi olmadığına göre, x kaçtır?

A) –12 B) –11 C) –8 D) –7 E) –4

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A^{-1}|$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 4 \\ 1 & -3 & 4 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & -5 & 2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri hesaplanırken hangi satır veya sütuna göre açılım yapmak en çok işlem kolaylığı sağlar?

A) 1. satır B) 3. satır C) 3. sütun D) 4. sütun E) 5. sütun

11. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 7 \end{vmatrix}$

Yukarıdaki determinantlardan birincisine basit satır işlemleri uygulanarak ikinicisi elde edilmiştir.

R_i , i. satırı gösterdiğine göre uygulanan işlem aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) $2R_2 - R_1 \rightarrow R_3$ B) $R_1 + R_2 \rightarrow R_3$

C) $R_1 - 2R_3 \rightarrow R_3$ D) $2R_1 + R_3 \rightarrow R_3$

E) $-2R_2 + R_3 \rightarrow R_3$

karekök

12. 3x3 türünden bir determinantın tüm satırları 2 ile, tüm sütunları –2 ile çarpılmıştır.

Bu determinantın değeri kaç ile çarpılmıştır?

A) –4 B) –8 C) 24 D) 64 E) –64

1 E 2 D 3 A 4 D 5 E 6 D 7 A 8 B 9 B 10 B 11 D 12 E

KONU TESTİ - 1

1.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ x-1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisinin, ters matrisinin olmaması için x kaç olmalıdır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2.

$$\begin{vmatrix} \log_2 3 & \log_3 9 \\ \log_4 2 & \log_3 4 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 49 D) 52 E) 65

4.

$$\begin{vmatrix} x & y & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 4$$

doğrusunun eğimi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -6 \end{vmatrix}$$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –144 B) –132 C) –120 D) –118 E) –108

6.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $\det(A \cdot A^{-1} \cdot A^T)$ kaçtır?

A) –8 B) –4 C) –2 D) 2 E) 16

karekök

7.

$$\begin{vmatrix} 2012 & 2013 & 2014 \\ 2013 & 2014 & 2015 \\ 2014 & 2015 & 2016 \end{vmatrix}$$

matrisinin değeri kaçtır?

A) –2014 B) –2012 C) 0 D) 2012 E) 2014

8.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, $|A^3|$ determinantının değeri kaçtır?

A) 1000 B) 81 C) 27 D) –27 E) –1000

9.

$$f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & x+1 \\ x-2 & x+2 \end{vmatrix}$$

olduğuna göre, f(0) + f(1) + f(2) toplamı kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

10.

$$\begin{vmatrix} x & x \\ 4 & x \end{vmatrix} = -3$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1, 3} B) {3, 4} C) {–3, 4} D) {–4, 3} E) {1}

11.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

determinantının a_{23} elemanının minörü kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12.

$$\begin{vmatrix} x & -1 \\ 4 & x-1 \end{vmatrix} \leq 6$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

1 C	2 D	3 E	4 B	5 B	6 C	7 C	8 E	9 B	10 A	11 C	12 B

1. Bir matrisin tersi <u>olmaması</u> için determinantının sıfıra eşit olması gerekir.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ x-1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

(Sarrus: sol köşegenler $6x-6$, 8, 1; sağ köşegenler -4, 3, $-4x+4$)

$= (-4 + 3 - 4x + 4) - (6x - 6 + 8 + 1)$

$= (-4x + 3) - (6x + 3)$

$= -10x$

$-10x = 0 \Rightarrow x = 0$

Yanıt C

2. $\begin{vmatrix} \log_2 3 & \log_3 9 \\ \log_4 2 & \log_3 4 \end{vmatrix} = \log_2 3 \cdot \log_3 4 - \log_4 2 \cdot \log_3 9$

$= \log_2 3 \cdot \log_3 2^2 - \log_{2^2} 2 \cdot \log_3 3^2$

$= \log_2 3 \cdot 2\log_3 2 - \frac{1}{2}\log_2 2 \cdot 2\log_3 3$

$= 2 - 1 = 1$

Yanıt D

3.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{3. satırı } -2 \text{ ile çarpıp 4. satıra ekleyelim.}} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

4. satırda sıfırların sayısı çok olduğundan 4. satıra göre açalım.

$$-5 \cdot (-1)^6 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -5 \cdot (3 - 16) = 65$$

Yanıt E

4.

$$\begin{vmatrix} x & y & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

(Sarrus: sağ köşegenler $9x$, -4, y; sol köşegenler 3, $2x$, $-6y$)

$= (9x - 4 + y) - (3 + 2x - 6y)$

$= 9x - 4 + y - 3 - 2x + 6y$

$= 7x + 7y - 7$

$7x + 7y - 7 = 4 \Rightarrow 7x + 7y - 3 = 0$

Yukarıdaki doğru denkleminde y yalnız bırakıldığında x in katsayısı eğimi verir.

$7y = -7x + 3 \Rightarrow y = \frac{-7x}{7} + \frac{3}{7} \Rightarrow y = -x + \frac{3}{7}$

Yanıt B

5. $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -6 \end{vmatrix}$

$= [2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3] \cdot [1(-6) - (-3)(-2)]$

$= (8 + 3) \cdot (-6 - 6) = 11 \cdot (-12) = -132$

Yanıt B

6. $|A^T| = |A|$

$|A^{-1}| = |A|^{-1}$

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$

olduğundan $\det(A \cdot A^{-1} \cdot A^T) = |A \cdot A^{-1} \cdot A^T|$

$= |A| \cdot |A|^{-1} \cdot |A|$

$= |A|$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-2)(-2) = -2$

Yanıt C

7.

$$\begin{vmatrix} 2012 & 2013 & 2014 \\ 2013 & 2014 & 2015 \\ 2014 & 2015 & 2016 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{1. satırı } -1 \text{ ile çarpıp 2. satıra ekleyelim}} \begin{vmatrix} 2012 & 2013 & 2014 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2014 & 2015 & 2016 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{1. satırı } -1 \text{ ile çarpıp 3. satıra ekleyelim}} \begin{vmatrix} 2012 & 2013 & 2014 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Elde edilen determinantın 2. satırındaki elemanlarla 3. satırındaki elemanlar orantılı olduğundan determinantın değeri sıfırdır.

Yanıt C

8.

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

(Sarrus: sağ köşegenler 4, 12, -9; sol köşegenler 2, -9, 24)

$= (4 + 12 - 9) - (2 - 9 + 24) = -10$

$|A^3| = |A|^3 = (-10)^3 = -1000$

Yanıt E

9. $f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & x+1 \\ x-2 & x+2 \end{vmatrix}$

$f(x) = (x - 1)(x + 2) - (x - 2)(x + 1)$

$f(x) = x^2 + x - 2 - (x^2 - x - 2)$

$f(x) = 2x$

$f(0) + f(1) + f(2) = 0 + 2 + 4 = 6$

Yanıt B

10. $\begin{vmatrix} x & x \\ 4 & x \end{vmatrix} = -3$

$x \cdot x - 4 \cdot x = -3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $x = 3$

$Ç = \{1, 3\}$

Yanıt A

11.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$M_{23} = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - (-1)(-3) = 7$

Yanıt C

12. $\begin{vmatrix} x & -1 \\ 4 & x-1 \end{vmatrix} \le 6$

$x(x - 1) - (-1) \cdot 4 \le 6$

$x^2 - x + 4 \le 6$

$x^2 - x - 2 \le 0$

$(x - 2) \cdot (x + 1) \le 0$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$(x-2)(x+1)$	+		−	+

Yukarıdaki eşitsizliği sağlayan tam sayılar −1, 0, 1 ve 2 dir.

Toplamları 2 dir.

Yanıt B

1. 2x2 türünden A, B, C ve D matrislerinden en az biri sıfır matrisi ise

$$[K]_{4x4}=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

matrisinin determinantı |K| = |A|·|D| – |B|·|C| dir.

Buna göre,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) 64 B) 72 C) 81 D) 99 E) 108

2.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

3.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, |Ek(A)| determinantının değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

4. A, 2x2 türünden bir matristir.

det(A) = 3

B = 2·A

olduğuna göre, det(B) kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

5. A, 3x3 türünden bir matristir.

I. A nın 2. satırı 3 ile çarpılıyor.

II. A nın 3. sütunu ile 1. sütununun yerleri değiştiriliyor.

III. A nın 1. satırı 3. satırına ekleniyor.

işlemleri yapılarak elde edilen matrisin determinantı |A| nın kaç katıdır?

A) –4 B) –3 C) 1 D) 3 E) 4

6.

$$\begin{vmatrix} 1-i & i & 0 \\ 1+i & 0 & i \\ 0 & 1+i & 1-i \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) –4i B) –2i C) 1 D) i E) 2i

7.

$$A=\begin{bmatrix} x & 8 \\ 2 & x \end{bmatrix}$$

matrisinin tersi olmadığına göre, x in alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {2, 8} B) {2, 4} C) {–4, 4} D) {–2, 2} E) {–4, 2}

8.

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, |4A| determinantının değeri kaçtır?

A) –160 B) –40 C) 0 D) 40 E) 160

9. a_{ij} **elemanının eşçarpanı** A_{ij} **olmak üzere,**

$$A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

matrisi için A_{13} **kaçtır?**

A) –18 B) –12 C) 6 D) 18 E) 24

10.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 2 & 2 \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix}$$

determinantının değerini hesaplamak isteyen Burcu, harfli ifadelerle işlem yapmaktan çekindiğinden öğretmenine danışıyor. Öğretmeni de 1. satırı 3. satıra eklemesini tavsiye ediyor.

Burcu bu işlemi yapınca determinantın değerini kolayca hesapladığına göre, determinantın değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

11.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 10 \end{vmatrix}+\ldots+\begin{vmatrix} 14 & 15 \\ 19 & 20 \end{vmatrix}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –24 B) –36 C) –45 D) –65 E) –75

12.

$$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

matrisinin her elemanının değeri 1 artırıldığında determinantının değeri değişmiyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a – b = c – d B) a·b = c·d

C) a + b = c + d D) a + d = b + c

E) a + b + c + d = 0

1 D 2 C 3 E 4 B 5 B 6 A 7 C 8 E 9 C 10 C 11 D 12 D

ÖSYS SORULARI

1. $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = 16$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 0 B) –1 C) –2 D) –3 E) –4

(ÖYS 1987)

2. $\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix}$ **determinantının değeri nedir?**

A) $(99870)^2$ B) 99872 C) 99882 D) 4 E) 2

(ÖYS 1988)

3. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}$

matrisinin elemanları k ($k \neq 0$) kadar artırıldığında determinantı değişmediğine göre, x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a + b – c B) b + c – a C) c + a – b D) a + b + c E) –a – b – c

(ÖYS 1989)

4. $\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$ **determinantının değeri nedir?**

A) 7253 B) 3502 C) 2751 D) 2750 E) 1

(ÖYS 1992)

5. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 1 & i & i+1 \\ 0 & i & i-1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2i – 1 B) 2i + 1 C) i D) 0 E) 1

(ÖYS 1994)

6. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{bmatrix}$

matrisinin, ters matrisinin olmaması için a kaç olmalıdır?

A) 15 B) 14 C) 11 D) 6 E) 5

(ÖYS 1996)

karekök

7. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100

(ÖYS 1997)

8. $\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

(ÖYS 1998)

9. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \dfrac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

(ÖSS 2006 II)

10. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

detertminantının değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –6

(LYS 2010)

11. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\det(A^2 - B^2)$ kaçtır?

A) –4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

(LYS 2011)

karekök

1 C 2 E 3 B 4 C 5 E 6 B 7 E 8 D 9 C 10 B 11 E

1. $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = (3x^2+10x+4x)-(3x^2+20x+2x)=16$

$-8x=16$

$x=-2$

Yanıt C

2. $a=99874$ olsun.

$\begin{vmatrix} a+2 & a+3 \\ a & a+1 \end{vmatrix} = (a+2)(a+1)-a(a+3)$

$=a^2+3a+2-a^2-3a$

$=2$

Yanıt E

3. Her terim k artırılırsa $\begin{bmatrix} a+k & b+k \\ c+k & x+k \end{bmatrix}$ olur.

Determinantı değişmediğine göre,

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+k & b+k \\ c+k & x+k \end{vmatrix}$

$ax-bc=(a+k)(x+k)-(c+k)(b+k)$

$\cancel{ax}-\cancel{bc}=\cancel{ax}+ak+xk+\cancel{k^2}-\cancel{bc}-ck-bk-\cancel{k^2}$

$xk=bk+ck-ak$

$x=b+c-a$

Yanıt B

4. $a=1375$ olsun.

$\begin{vmatrix} a+1 & a \\ a & a+1 \end{vmatrix} = (a+1)(a+1)-a.a$

$=a^2+2a+1-a^2=2a+1$

$a=1375$ olduğundan $2a+1=2(1375)+1=2751$ dir.

Yanıt C

5. Verilen determinantın a_{1x1} terimine göre hesaplarsak,

$\begin{vmatrix} 1 & i & i+1 \\ 0 & i & i-1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1.\begin{vmatrix} i & i-1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = i-(i-1)=1$ bulunur.

Yanıt E

6. Bir matrisin determinantı sıfır olursa tersi bulunamaz.

$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (45+21)-(21+9a-81)=0$

$66-9a+60=0$

$9a=126$

$a=14$

Yanıt B

7. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ determinantında son satırı 2 ile çarpıp üçüncü satıra ekleriz.

$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & -10 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ a_{3x2} teriminden determinantı hesaplarsak,

$=-(-10)\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ a_{3x1} teriminden determinantı hesaplarsak,

$=(10).(-1).\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 10.(-1).(-10)=100$

Yanıt E

8. $a=1990$ olsun.

$\begin{vmatrix} a+8 & a \\ a+16 & a+8 \end{vmatrix} = (a+8)(a+8)-a(a+16)$

$=a^2+16a+64-a^2-16a$

$=64$

Yanıt D

9. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \dfrac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \log_2 2^3 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \log_3 27 \end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix} 3 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \log_3 3^3 \end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix} 3 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & 3 \end{vmatrix}$

$=9-\log_4 5.\log_5 4$

$=9-1=8$

Yanıt C

10. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

determinantını Sarrus kuralıyla hesaplayalım.

$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

$(0+6+0)-(8+0+0)=-2$ bulunur.

Yanıt B

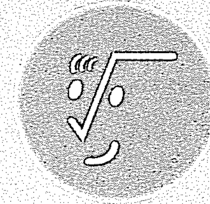
11. $A^2=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B^2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A^2-B^2=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$\det(A^2-B^2)=0\cdot 0-(-2)\cdot(2)=4$ bulunur.

Yanıt E



KARMA TESTLER

MATRİS
DETERMİNANT

1. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$

matrisinin türü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 x 3 B) 2 x 3 C) 3 x 3 D) 3 x 2 E) 3 x 1

2. Aşağıdaki matrislerden hangisinin türü 1 x 3 tür?

A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ B) $[1 \quad 3]$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ D) $[1 \quad 2 \quad 3]$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. A matrisi, 3 x 5 türünden bir matristir.

A matrisinin sütun sayısı m ve satır sayısı n olduğuna göre, m – n farkı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

matrisinin 2. satır elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinin 2. sütun matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ D) $[1 \quad -1 \quad 0]$ E) $[3 \quad -2 \quad 4]$

6. $A = [a_{ij}]$ olmak üzere,

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $a_{11} = -3$ B) $a_{32} = 1$ C) $a_{23} = 3$ D) $a_{31} = -3$ E) $a_{34} = -3$

7. $A=\begin{bmatrix}3 & -1 & x-2\\ y+1 & 7 & -5\end{bmatrix}$

$B=\begin{bmatrix}z-1 & -1 & -3\\ 6 & 7 & -5\end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A = B olduğuna göre, x + y – z işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

8. I, 2 x 2 türünden birim matris ve

$A=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & 5\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A – I matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-3 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 3 & 6\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -5\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}-3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

9. $\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-2 & -1\\ 1 & 6\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2 & -4\\ 1 & 7\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}-2 & -4\\ -1 & 8\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ -2 & 4\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 8 & 1\end{bmatrix}$

10. $A=\begin{bmatrix}-1\\ 1\\ 2\end{bmatrix}$ $B=[1\ \ 0\ \ -2]$

olduğuna göre, A·B çarpım matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

11. $2x - y = 4$

$3x + 2y = 11$

denklem sisteminin kat sayılar matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 11\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}2 & -1 & 4\\ 3 & 2 & 11\end{bmatrix}$

12. $\begin{vmatrix}x+1 & 2\\ x-1 & 3\end{vmatrix}=7$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 D 2 D 3 E 4 D 5 A 6 D 7 B 8 A 9 C 10 B 11 D 12 B

KARMA TEST - 2

1. **A matrisi n x 6 türünden bir kare matris olduğuna göre, n kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

2. $\begin{bmatrix}x-1 & y+2\\ 0 & x+z\end{bmatrix}$

matrisi sıfır matrisi olduğuna göre, x – y + 2z işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. I, 2 x 2 türünden birim matris olmak üzere,

$I=\begin{bmatrix}3^x & 0\\ \ln y & \log z\end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y + z işleminin sonucu kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

4. $A=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}3 & -2\\ 0 & -3\end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

X + 2A = 3B

olduğuna göre, X matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) –8 B) –6 C) –4 D) –2 E) 0

5. $[2\ \ -1\ \ a\ \ -3]\begin{bmatrix}-1\\ 2\\ 2\\ a\end{bmatrix}=6$

olduğuna göre a kaçtır?

A) –10 B) –6 C) –2 D) 2 E) 6

6. I, 2 x 2 türünden birim matris ve

$A=\begin{bmatrix}-2 & -3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A·I işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 5\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -3 & 4\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}-2 & -3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-2 & 1\\ -3 & 4\end{bmatrix}$

7. $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ -1 & 1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{36} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{36}\cdot A$ B) $2^{36}\cdot I_2$ C) $-2^{36}\cdot A$ D) $-2^{36}\cdot I_2$ E) $2^{12}\cdot I_2$

8. A matrisinin çarpma işlemine göre tersi A^{-1} dir.

$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ ve $A^{-1}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $A=\begin{bmatrix}1 & -3\\ -2 & 2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A-A^T$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-3 & 1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

10. $2x-y=6$

$3x+4y=13$

denklem sisteminin matrislerle gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 13\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 13\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 13\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}2 & 6\\ 3 & 13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 4\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 13\end{bmatrix}$

karekök

11. $\begin{vmatrix}2010 & 2011\\ 2012 & 2013\end{vmatrix}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\begin{vmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

1 D 2 D 3 A 4 C 5 A 6 D 7 B 8 C 9 E 10 A 11 A 12 D

KARMA TEST - 3

1. A, B, C aynı türden birer kare matris ve I birim matris olduğuna göre,

I. A·B = B·A

II. A·I = I·A = A

III. A + B = B + A

IV. $A\cdot B^T = A^T\cdot B$

eşitliklerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) II ve III C) Yalnız III D) II - III ve IV E) III ve IV

2. Aşağıdaki matrislerden hangisinin çarpmaya göre tersi yoktur?

A) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}-1 & -5\\ -5 & -4\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ 6 & -3\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$

3. 3 x 3 türünden bir A matrisinin elemanlarının toplamı 12 dir.

Buna göre, $A+A^T$ matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

4. $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 3 & 8\end{bmatrix}$

matrisleri için $A^T\cdot B^{-1}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 5 & -7\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}3 & -6\\ -10 & 2\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & -5\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}-7 & -6\\ -4 & 8\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}-7 & 3\\ 11 & -4\end{bmatrix}$

5. $A=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 4\end{bmatrix}$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) −10 B) −12 C) −14 D) −16 E) −18

6. $A=\begin{bmatrix}a & 5\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

$\det(A-I)=2$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 23 D) 25 E) 28

karekök

7. A, 2 x 2 türünden bir matristir.

$\det(4 \cdot A^T) = 20$

olduğuna göre, $\det(10 \cdot A^{-1})$ değeri kaçtır?

A) 60 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

matrisleri için $A^{-1} \cdot x = B^T$ eşitliğini sağlayan x matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} \cos 12° & \sin 12° \\ -\sin 12° & \cos 12° \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\det(A^{15})$ değeri kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

10. $\begin{vmatrix} \log_5 x & x \\ 3 & \log_x 25 \end{vmatrix} = -7$

olduğuna göre x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\begin{vmatrix} x-2 & x+1 \\ x-1 & x-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$

olduğuna göre x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$\begin{vmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) i B) 2i C) 3i D) 4i E) 5i

karekök

1	B	2	D	3	D	4	E	5	C	6	C	7	B	8	D	9	C	10	B	11	B	12	D

KARMA TEST - 4

1. $4\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^2$

farkı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}$

2. $A = [a_{ij}]_{2x3}$ matrisi

$a_{ij} = (-1)^i \cdot j$ biçiminde tanımlandığına göre, $a_{13} \cdot a_{31}$ çarpımı kaçtır?

A) −3 B) −1 C) 0 D) 1 E) 3

3. m ve n doğal sayılardır.

$\begin{vmatrix} m & n \\ n & m \end{vmatrix} = 17$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

4. $B = [b_{ij}]_{2x2}$ matrisi $b_{ij} = \begin{cases} i+j & i > j \\ i-j & i \le j \end{cases}$

biçiminde tanımlandığına göre, B − 2I matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) −4 B) −2 C) 1 D) 2 E) 4

5. A matrisi n x 4;

B matrisi (m − 2) x (t + 2);

A − B matrisi 2 x (k + 1)

n + m + t + k toplamı kaçtır?

A) 4 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

6. $A = [1 \quad b \quad 2] \cdot \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = [16]$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

7. $A = [a_{ij}]_{1x1}$ matrisi $a_{ij} = i + j$ biçiminde tanımlanıyor.

$B = A^T - A$

B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [0] B) [1] C) [2] D) [2 2] E) [0 2]

8. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ve $f(x) = x^2 - 1$

olduğuna göre, f(A) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^{15} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 2^{15} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 15 & 30 \\ 0 & -15 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ E) I

10. $3\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{1001}$

matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 3^{1001} \\ 3^{1001} & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3^{1001} & 0 \\ 0 & 3^{1001} \end{bmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} 1907 & 1906 \\ 1905 & 1904 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & a-1 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpmaya göre tersi <u>olmadığına</u> göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

1 E 2 E 3 E 4 B 5 E 6 D 7 A 8 E 9 D 10 B 11 A 12 D

KARMA TEST - 5

1. $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ a & -1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

det(A·B) = 6 olduğuna göre, a kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, B matrisinin A matrisi cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) A − 3I B) A − I C) A + I D) 2A + 3I E) 2A + 5I

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ x & 4 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

det(A − I) = 10 olduğuna göre, x kaçtır?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

4. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

Buna göre, a_{11} elemanının kofaktörü (eş çarpanı) kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 3 D) 1 E) −1

5. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

matrisinin çarpmaya göre tersi olmadığına göre, aşağıdaki bağıntılardan hangisi kesinlikle doğrudur?

A) 2ab + 2cd = 1 B) ad − 2bc = 1 C) ab − cd = 0 D) ad − bc = 0 E) 2ad + bc = 1

6. a ve b reel sayı olmak üzere,

$a\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ -10 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a·b çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) −8 B) −6 C) −4 D) 2 E) 4

7. $2A - B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A + B = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, det(A) kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

8. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

9. $A = [1 \quad 3 \quad 5]$ matrisi veriliyor.

$A \cdot A^T = [x]$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & -2 \\ 5 & z \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} a & -1 & b \\ 3 & c & 0 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

$A = B^T$ olduğuna göre, x + y + z + a + b + c toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

11. $\begin{vmatrix} x & y \\ y & x \end{vmatrix} = 15$ ve $x + y = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\det(A^2 - AB)$ kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
E	D	B	A	D	B	C	A	B	D	C	C

KARMA TEST - 6

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

matrisinin çarpmaya göre tersi $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{10}{21}$ B) $\frac{11}{21}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) 1

2. $[1 \quad 3 \quad 8 \quad a] \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ a \\ a \end{bmatrix} = [0]$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –2 D) 0 E) 2

3. $\begin{vmatrix} 2000 & 1998 \\ 2001 & 2000 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 1 B) 2000 C) 2002 D) 2004 E) 2012

4. $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

Buna göre a_{22} elemanının minörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) –9 B) –8 C) –6 D) –4 E) 3

5. $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 5 B) 3 C) –2 D) –6 E) –9

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

matrisi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) a_{31} in minörü –3 tür.

B) A, kare matristir.

C) det(A) = 60 tır.

D) a_{32} nin kofaktörü 15 tir.

E) $A \neq A^T$

7. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) −4 B) −3 C) $-\frac{1}{2}$ D) 4 E) 6

8. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

Buna göre, det(A^T + A) kaçtır?

A) −1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 11

9. Asal köşegeninin elemanları sıfır olan bir kare matriste asal köşegene göre birbirinin simetriği olan elemanlar mutlak değerce eşit fakat ters işaretli ise matris ters simetriktir.

$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ y & x & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

ters simetrik bir matris olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) −5 B) −3 C) −1 D) 0 E) 2

10. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & a \end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersinin olmaması için a kaç olmalıdır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $2x + y - z = 5$
$x - y + z = -2$
$2x + 2y - z = 7$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünde y kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

12. $A_{k \times k}$ simetrik matrisi veriliyor.

B = $2A^T$ + A olduğuna göre, B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) A B) 2A C) 3A D) −A E) $-2A^T$

1 A 2 B 3 C 4 A 5 E 6 E 7 C 8 A 9 B 10 D 11 D 12 C

KARMA TEST - 7

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & x \\ 3 & y & -1 \\ 0 & z & 4 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$a_{11} + a_{13} + a_{33} = a_{31} + a_{22} + a_{32}$ olduğuna göre, x in y ve z cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y + z − 5 B) y + z C) y + z + 6 D) y + z − 3 E) y + z + 4

2. $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & x \\ y & 6 & z \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

matrisi simetrik olduğuna göre x + y + z toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\begin{bmatrix} xy & x^2+1 \\ y^3-2 & \frac{x}{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 10 \\ 6 & b \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır? *(a, b ∈ IN)*

A) 5 B) $\frac{15}{2}$ C) 8 D) $\frac{17}{2}$ E) 9

4. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, 3A − 2B işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 0 & 11 \\ -5 & -4 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -8 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -6 & -1 \\ -4 & -12 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ -7 & -9 \\ -16 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -7 & 6 \\ -12 & 4 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve B matrisleri veriliyor.

A·B = 2I olduğuna göre, B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

A^2 + 6A + 9I işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16I B) 25I C) 36I D) 49I E) 64I

7. $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, A^3 matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -4 & 2\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -6 & 1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 5 & 1\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & -5\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ -5 & 0\end{bmatrix}$

8. $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^{2000} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7^{1000}\cdot A^3$ B) $7^{1000}\cdot A$ C) $7^{1000}\cdot I_{2x2}$

D) $7^{2000}\cdot A$ E) $7^{2000}\cdot I_{2x2}$

9. $A=\begin{bmatrix}5 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre ters matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{19}\cdot\begin{bmatrix}5 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ B) $\frac{1}{19}\cdot\begin{bmatrix}5 & 4\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

C) $\frac{1}{19}\cdot\begin{bmatrix}5 & 4\\ 3 & -1\end{bmatrix}$ D) $\frac{1}{19}\cdot\begin{bmatrix}3 & 1\\ -4 & 5\end{bmatrix}$

E) $\frac{1}{19}\cdot\begin{bmatrix}3 & 1\\ 5 & -4\end{bmatrix}$

10. $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ a & b\end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$A^2 = A\cdot A^{-1}$ olduğuna göre a·b çarpımı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

11. $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor.

Buna göre, $(A^T + B)^T$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}3 & -1\\ 5 & -1\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}5 & -1\\ -2 & 3\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2 & -3\\ 5 & 1\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}3 & -2\\ 5 & 5\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}5 & 1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$

12. $\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 3\end{bmatrix}$

olduğuna göre, x·y çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1	A	2	C	3	B	4	D	5	E	6	B	7	B	8	C	9	D	10	B	11	D	12	E

KARMA TEST - 8

1. $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

$|A^T|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & a\end{vmatrix}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 6 & m\end{bmatrix}$

matrisinin çarpma işlemine göre tersi olmadığına göre m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. m ve n reel sayılardır.

$m\cdot\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}+n\begin{bmatrix}4\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 1\end{bmatrix}$

olduğuna göre, m·n çarpımı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 6

4.
$$2x + y - z = 1$$
$$x - y + z = 2$$
$$x - 2y = 3$$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünde y kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $A=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}\cdot[3 \;\; 2 \;\; -1]$

matrisinin devriğinin eşiti aşağıdaki matrislerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}3 & 6 & 9\\ 2 & 4 & 6\\ -1 & -2 & -3\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}2 & 4 & 6\\ -1 & -2 & 3\\ 4 & 6 & 9\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 6\\ 9 & 6 & 4\end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix}3 & 2 & -1\\ 6 & 4 & -2\\ 9 & 6 & -3\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}4 & 3 & 2\\ 6 & 9 & 3\\ -1 & -2 & 3\end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ -1 & 4 & p\\ 3 & -2 & 1\end{bmatrix}$

matrisinin a_{12} elemanının eş çarpanı 4 olduğuna göre, p değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\begin{vmatrix} x & y \\ z & t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -z & 4 \\ t & y \end{vmatrix}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

8. $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

Buna göre, $|A^T|$ değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

9. $A=[a_{ij}]_{3x3}$ matrisi $a_{ij}=\begin{cases} \log_i j & i>1 \\ j & i\le 1 \end{cases}$

A matrisinin elemanları çarpımı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\log_2 3$ D) $\log_2 6$ E) 6

10. $\begin{bmatrix} 2^{2x} & 4-c & 3y \\ 3 & t & 5^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -1 & a-1 \\ \frac{1}{3^b} & 3 & \frac{1}{25} \end{bmatrix}$

olduğuna göre, xyt – abc işleminin sonucu kaçtır?

A) –12 B) –16 C) –18 D) –20 E) –24

11. $A=\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre A^{-1} matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

1 E 2 C 3 C 4 B 5 A 6 A 7 A 8 D 9 A 10 B 11 A 12 B

KARMA TEST - 9

1. n pozitif bir tam sayıdır.

$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ matrisi için,

$A^n=\begin{bmatrix} 243 & 0 \\ 81 & 0 \end{bmatrix}$ **olduğuna göre, n kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A – 2B + 3I matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

3. $A=\begin{bmatrix} a & 1 \\ -b & 3 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 1 & c \\ 4 & d \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

f(x) = 2x – 3 fonksiyonu için f(A) = B olduğuna göre, a – b – c – d işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. A, 2 x 2 türünden bir matristir.

$A\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $A\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümü yapılırsa, x + y – z işleminin sonucu kaç olur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\begin{vmatrix} \log_b a^2 & \log_x y \\ \log_y x & \log_a b^2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

7. $A=\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$

matrisinin determinantı 13 tür.

Buna göre, det(A^T) kaçtır?

A) –13 B) $\frac{1}{13}$ C) 1 D) 13 E) 14

8. $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

matrisinin, 3. satır elemanlarının minörleri çarpımı kaçtır?

A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

9. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

10. A, ikinci mertebeden bir kare matristir.

det(A) = 3

olduğuna göre, A matrisinin elemanlarının her birinin 2 ile çarpılmasıyla oluşan yeni matrisin determinantı kaç olur?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

11. $A=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ve $B=[-1 \quad -1]$ matrisleri veriliyor.

A·B = C^T ise C matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

12. $B=[b_{ij}]_{2\times2}$ matrisi $b_{ij}=\log(j+1)$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, B matrisinin elemanları toplamı kaçtır?

A) log5 B) log20 C) log4!

D) log36 E) log20!

1 C 2 D 3 B 4 C 5 A 6 C 7 D 8 A 9 C 10 C 11 B 12 D

KARMA TEST - 10

1. $A=\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor.

A·A^T çarpımı sonucunda elde edilen matrisin elemanları toplamı 36 olduğuna göre, A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 12 E) 36

2. $A=\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

matrisleri veriliyor.

A·X = B eşitliğini sağlayan X matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) –11 B) –8 C) –6 D) 3 E) 5

3. $i^2=-1$ olmak üzere

$\begin{vmatrix} i & -i \\ 1-i & 1+i \end{vmatrix}$

determinantının değeri kaçtır?

A) –2i B) –i C) 1 D) i E) 2i

4. $A+\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}+\ldots+\begin{bmatrix} 37 & 38 \\ 39 & 40 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A matrisinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 560 B) 640 C) 720 D) 820 E) 880

6. $A=\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ve $B=[2 \quad -1 \quad 4]$

olduğuna göre, B·A çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) [7] B) [–3] C) [2 3]

D) $\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -4 & 2 & -8 \\ 2 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & 12 \end{bmatrix}$

7. $x^2 - 2x - 5 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$[x_1 \quad 1 \quad x_2] \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) [7] B) [−3] C) [2 3]

D) $\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 6 \\ 7 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

8. Aşağıdaki matrislerden hangisinin determinantı en büyüktür?

A) [−9] B) [7] C) [5]

D) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$

9. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} 17 & 18 \\ 19 & 20 \end{vmatrix}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 1 B) 0 C) −1 D) −10 E) −20

10. $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x+2 & x+3 \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

11. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, $|A^6| = 8^{x+1}$ denkleminin kökü kaçtır?

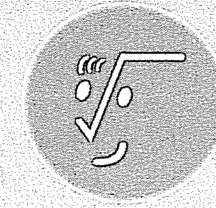
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. $A = \begin{bmatrix} x & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} & y \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, det(A) kaçtır?

A) −1 B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 1

1 C 2 A 3 E 4 B 5 D 6 A 7 B 8 B 9 D 10 A 11 C 12 A



İDEAL SINAV

MATRİS DETERMİNANT

Adı:
Soyadı:

Tarih: / /

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $\begin{bmatrix} x & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a+b \\ a-b & -2 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, a, b, x ve y değerlerini bulunuz.

Cevap:

2. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$

determinantının değerini hesaplayınız.

Cevap:

3. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

matrisinin tersini hesaplayınız.

Cevap:

4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

çarpma işlemini yapınız.

Cevap:

5. $\begin{bmatrix} x & 1 \\ \frac{1}{2} & y \end{bmatrix}$

matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, $(x-y)^2$ nin değerini hesaplayınız.

Cevap:

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $A=\begin{bmatrix} x-1 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

matrisinin tersi olmadığına göre, x kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $i^2=-1$ olmak üzere

$\begin{vmatrix} i & i+1 \\ i-1 & -i \end{vmatrix}$

determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. **5 x 5 türünden bir alt üçgen matrisinin en az kaç elemanı sıfırdır?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

4. $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, A^3 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. $A=[a_{ij}]_{3x3}$, $a_{ij}=\begin{cases} 0 , & i<j \text{ iken} \\ 1 , & i\geq j \text{ iken} \end{cases}$

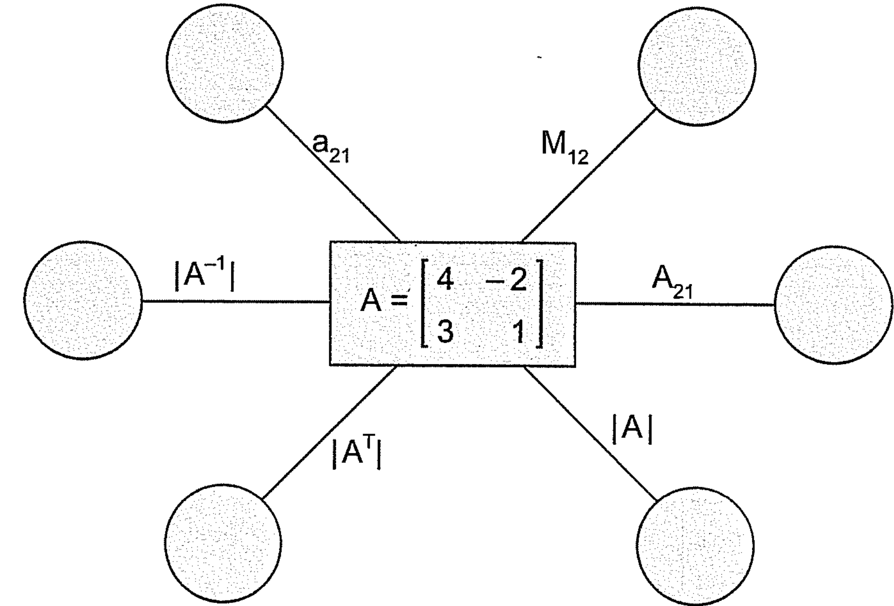
matrisinin a_{22} elemanının eşçarpanı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 7 dk.

1. **Aşağıdaki şekilde ortada yazılı matrisle ilgili istenenlerin değerlerini kolların ucundaki çemberlerin içine yazınız.**



2. $A=[a_{ij}]_{3x4}$, $a_{ij}=\begin{cases} i-j , & i+j\equiv 0 \pmod 3 \\ i\cdot j , & i+j\equiv 1 \pmod 3 \\ i+j , & i+j\equiv 2 \pmod 3 \end{cases}$

biçiminde tanımlı A matrisinin elemanlarını aşağıda noktalarla gösterilen yerlere yazınız.

$$A=\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 4 & \cdot & -2 \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot \end{bmatrix}$$

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 5 dk.

Sol tarafta verilenlerin her birini sağda verilenlerden sadece birine eşleştiriniz.

$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	Köşegen Matris
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$	Birim Matris
$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	Üst Üçgen Matris
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Skaler Matris

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Önerilen süre: 3 dk.

Aşağıda verilen önermelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. 4 x 3 türünden bir matrisin 12 elemanı vardır.	☐	☐
2. Bir matrisin 3. satır 2. sütununda bulunan elemanı a_{23} ile gösterilir.	☐	☐
3. Birim matrisin tüm elemanları sıfırdır.	☐	☐
4. Kare matrislerin hepsinin tersi vardır.	☐	☐

A) Kapalı uçlu soruların cevapları

1. $\begin{bmatrix} x & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a+b \\ a-b & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x+1 & 9 \\ 5 & y-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a+b \\ a-b & -2 \end{bmatrix}$

İki matris eşitse karşılıklı elemanları eşittir.

$x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$

$y - 1 = -2 \Rightarrow y = -1$

a ve b için iki bilinmeyenli denklem çözümü yapılır.

$a + b = 9$

$a - b = 5$

$2a = 14 \Rightarrow a = 7$ ve $b = 2$

2.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{array}$$

Sol: 36, 8, 2 — Sağ: −16, 6, −6

$(-16 + 6 - 6) - (36 + 8 + 2)$

$= -16 - 46 = -62$

3. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

olduğundan önce $|A|$ değeri bulunur.

$|A| = ad - bc = 2 \cdot 4 - 3 \cdot (-1) = 11$

$A^{-1} = \frac{1}{11}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{-3}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$a = 1 \cdot 2 + 3(-1) = -1$

$b = -2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = -6$

$c = 1 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 13$

$d = -2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = -2$

Çarpmanın sonucu $\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 13 & -2 \end{bmatrix}$ matrisidir.

5. $A \cdot A^{-1} = I$ ve $A = A^{-1}$ olduğundan

$\begin{bmatrix} x & 1 \\ \frac{1}{2} & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & 1 \\ \frac{1}{2} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x^2 + \frac{1}{2} & x + y \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} & \frac{1}{2} + y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$x^2 + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

$x + y = 0 \quad \Rightarrow x = -y$

$\frac{1}{2} + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ise, $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ise, $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

olacağından her iki durumda da $x \cdot y = -\frac{1}{2}$ dir.

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

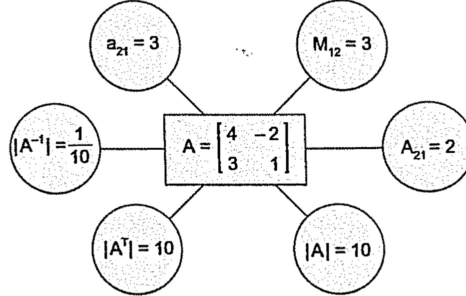
$= \frac{1}{2} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 2$

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. D 2. E 3. B 4. C 5. D

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1)



2) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & -2 \\ 3 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix}$

D) Doğru cevap ile eşleştirme

$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ Köşegen Matris

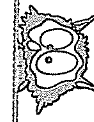
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ Birim Matris

$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ Üst Üçgen Matris

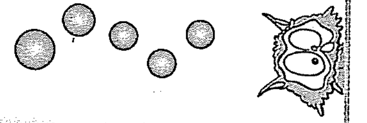
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Skaler Matris

E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

1. D 2. Y 3. Y 4. Y



Kuşbakışı



$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ olsun.

- **Matrislerin Eşitliği**

  A = B ise, $a_{11} = b_{11}$, $a_{12} = b_{12}$

  $a_{21} = b_{21}$, $a_{22} = b_{22}$

- **Matrislerde Toplama:** Aynı türden matrisler toplanabilir.

  $A + B = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$

- **Matrislerde Çıkarma:** Aynı türden matrisler çıkarılabilir.

  $A - B = \begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} \end{bmatrix}$

- **Matrislerde Çarpma:** mxn türünden bir matrisle nxr türünden bir matris çarpılabilir ve sonuç mxr türünden olur.

  $A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{bmatrix}$

- **Matrislerin Skalerle Çarpımı:**

  $kA = \begin{bmatrix} k \cdot a_{11} & k \cdot a_{12} \\ k \cdot a_{21} & k \cdot a_{22} \end{bmatrix}$

- **Bir Matrisin Transpozesi:**

  $A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$

- **Bir Matrisin Tersi:**

  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} a_{21} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$

- **Bir Matrisin Determinantı:**

  $|A| = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot b_{12}$

- **Bir Elemanın Minörü:**

  a_{11} elemanın minörü $M_{11} = a_{22}$

  (a_{11} in bulunduğu satır ve sütun atılınca geriye kalan matrisin determinantıdır.)

- **Bir Elemanın Eşçarpanı:**

  a_{11} in eşçarpanı $A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11}$

  (a_{11} in bulunduğu satır ve sütun numaralarının toplamı –1 in kuvveti olur ve sonucu minör ile çarpılır.)

- **Determinant Almanın Genel Yöntemi:**

  $|A| = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} = a_{21} \cdot A_{21} + a_{22} \cdot A_{22}$

- **Bir Matrisin Ek Matrisi:**

  $Ek(A) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^T$

- **Bir Matrisin Tersini Almanın Genel Yöntemi:**

  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Ek(A)$

- **Transpozenin Genel Özellikleri:**
  - $(A^T)^T = A$
  - $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$
  - $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
  - $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
  - $(k \cdot A)^T = k \cdot A^T$

- **Determinantın Genel Özellikleri:**
  - $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$
  - $|A^n| = |A|^n$
  - $|A^{-1}| = |A|^{-1}$
  - $|A^T| = |A|$

- **Basit Satır İşlemleri:**
  - Bir determinantın bir satırı (sütunu) bir gerçek sayıyla çarpılıp başka satıra (sütuna) eklenirse determinantın değeri değişmez.
  - Bir determinantın iki satırının (veya sütununun) yerleri değiştirilirse, determinantın işareti değişir.
  - Bir determinantın bir satırı (veya sütunu) k gerçek sayısı ile çarpılırsa, determinant k ile çarpılmış olur.
  - Bir determinantın bir satırı veya sütunundaki tüm elemanları sıfır ise, determinantın değeri sıfırdır.
  - Bir determinantın iki satırındaki (veya sütunundaki) elemanları arasında sabit bir oran varsa, değeri sıfırdır.